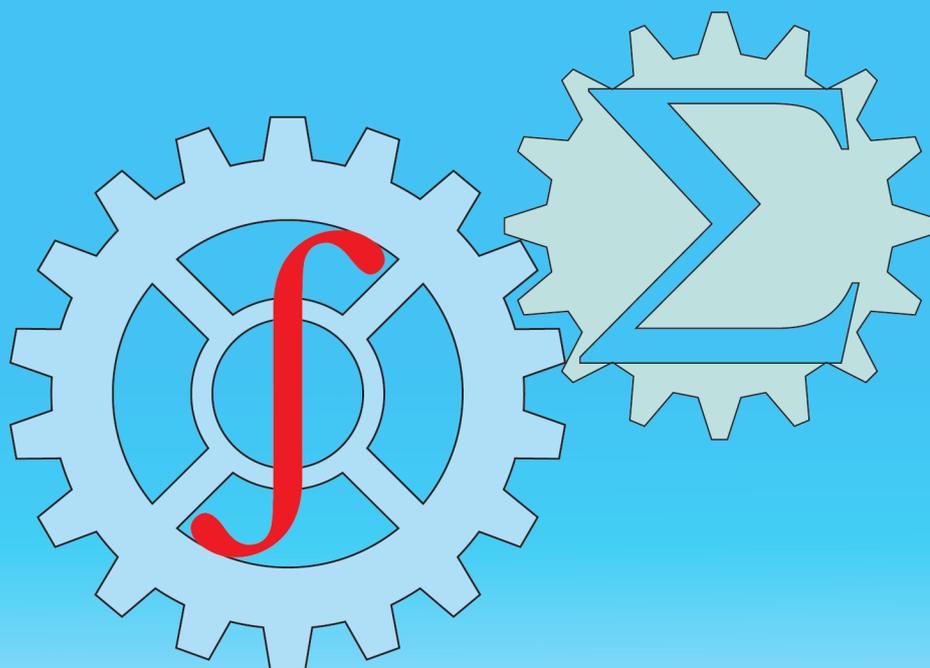




ISSN: 2010-7250
Published from 1992

Институт механики и сейсмостойкости сооружений
Mechanika va inshootlar seysmik mustahkamligi instituti

МЕХАНИКА МУАММОЛАРИ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ PROBLEMS OF MECHANICS



2025
Volume 34
No: 4

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МЕХАНИКА
МУАММОЛАРИ

O‘ZBEKISTON
JURNALI

4

2025

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

Ташкент – 2025

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – докт. физ.-мат. наук, проф. К.С. СУЛТАНОВ
Заместитель главного редактора – докт. физ.-мат. наук Р.А. АБИРОВ
Заместитель главного редактора – PhD Н.А. НИШОНОВ
Ответственный секретарь – докт. тех. наук М.М. ХАМДАМОВ

Абдикаримов Р.А. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Мирсаидов М. д.т.н., проф., академик АН РУз (Ташкент)
Абдусаттаров А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Мухаммадиев Д.М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Азимов Д. д.т.н., проф. (США)	Панахов Г.М. д.т.н., проф., член-корр. НАНА (Баку)
Алдошин Н.В. д.т.н., проф. (Москва)	Паровик Р. д.ф.-м.н. (Петропавловск-Камчатский)
Алимухамедов Ш.П. д.т.н., проф. (Ташкент)	Ризаев А.А. д.т.н., проф. (Ташкент)
Ахмедов А.Б. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Сагдиев Х.С. к.т.н. (Ташкент)
Бахадиров Г.А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Сирожиддинов З. д.т.н., проф. (Самарканд)
Быковцев А.С. д.ф.-м.н., проф. (США)	Старовойтов Э.И. д.ф.-м.н. (Гомель, Беларусь)
Ватин Н.И. д.т.н., проф. (Санкт-Петербург)	Тохилов Ш.М. к.ф.-м.н. (США)
Дусматов О.М. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)	Тухтакузиев А.Т. д.т.н., проф. (Ташкент)
Зубарев А.Ю. д.ф.-м.н., проф. (Екатеринбург)	Юлдашев Ш.С. д.т.н., проф. (Наманган)
Исмоилова С.И. д.т.н., проф. (Ташкент)	Худайкулиев Р.Р. к.т.н. (Ташкент)
Казанцев С.П. д.т.н., проф. (Москва)	Хужаев И.К. д.т.н., проф. (Ташкент)
Кузнецов С.В. д.ф.-м.н., проф. (Москва)	Хужаёров Б.Х. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)
Маликов З.М. д.т.н., проф. (Ташкент)	Хусанов Б.Э. д.т.н. (Ташкент)
Мамасаидов М.Т. д.т.н., проф., академик НАН КР (Ош)	Шардаков И.Н. д.ф.-м.н., проф. (Пермь)
Мардонов Б.М. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Эргашов М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Матвеев В.П. д.т.н., проф., академик РАН (Пермь)	Ювмитов А.С. д.т.н., с.н.с. (Ташкент)

Адрес редакции:

100125, Ташкент, Академгородок, Дурмон йули, 40.
Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз

Телефон: +99855 520-02-45

+99855 520-04-46

E-mail: instmechofficial@gmail.com

Технический редактор: Михайлова В.В.

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации Республики Узбекистан 22.12.2006 г.
Регистрационный номер 0050.

Номер одобрен на заседании редакционной коллегии журнала 25.12.2025

Сдано в набор 15.12.2025. Подписано в печать 29.12.2025.

Формат 60×84 1/8. Гарнитура Times New Roman. Ризография.

Усл.- печ. л. 6.5. Уч.-изд. л. 6.82. Тираж 130.

Цена договорная.

Отпечатано в типографии ООО "Munis design group":

100170, г. Ташкент, ул. Буз-2, презд, дом 17-А.

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ КЫЗЫЛСАЙСКОЙ ГРУНТОВОЙ ПЛОТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

²Султанов К.С., ^{1,2}Мирсаидов М.М., ²Нуъмонов А., ²Уразмухамедова З.

¹Национальный исследовательский университет "Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства"

²Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т.Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан.

E-mail: a.t.nitmonov@gmail.com

Аннотация. В данной работе приведены математическая постановка, методы решения и алгоритмы для оценки напряженного состояния грунтовых плотин под действием различных статических нагрузок. Результаты исследования сопоставлены с результатами, полученными с помощью лицензионного программного пакета. Оценено напряженное состояние проектируемой Кызылсайской грунтовой плотины с центральным ядром. Установлено, что под действием массовых сил в самой нижней части верхового откоса (на небольшом участке) плотины возникает напряжение σ_x с положительным знаком. При совместном учете массовых сил и гидростатического давления воды в нижней части верхового откоса плотины горизонтальное нормальное напряжение становится сжимающим.

Ключевые слова: грунтовая плотина, напряженное состояние, метод конечных элементов (МКЭ), массовые силы, гидростатическое давление воды, конструктивная неоднородность.

Введение. В Узбекистане эксплуатируется более 60 грунтовых плотин, которые полностью обеспечивают водохозяйственные нужды страны. Практически все они расположены в районах повышенной сейсмичности, что в сочетании с природной изменчивостью грунтовых свойств существенно осложняет эксплуатационный контроль и инженерный анализ состояния сооружений. Грунты, применяемые при строительстве подобных объектов, демонстрируют зависимость механических характеристик от влажности, плотности и продолжительности нагружения, вследствие чего точная оценка напряженно-деформированного состояния (НДС) плотины требует использования современных численных подходов и комплексных методик.

Обширный круг исследований [1–8] направлен на совершенствование методов анализа НДС грунтовых плотин посредством использования двумерных и пространственных моделей. Авторы демонстрируют, что учет нелинейного деформирования грунта и конструктивных особенностей сооружения позволяет значительно повысить точность прогноза поведения плотины как в статическом, так и в динамическом режиме нагружения. В этих работах выявлена существенная роль распределения порового давления в теле плотины и его влияние на формирование критических зон напряжений, изменение формы откосов и локализацию возможных поверхностей скольжения.

В отдельной группе исследований [12–14] приводятся результаты моделирования деформаций уплотнённых насыпных дамб и оценка устойчивости откосов на основе PLAXIS, TOCHNOG и других программных комплексов. Сравнение двумерных и трёхмерных моделей показывает, что упрощённые расчёты нередко недооценивают реальные деформации, особенно при сложном строении основания и неоднородности грунтовых слоёв.

Ряд работ [9–11] посвящён определению факторов риска разрушений и прорыва плотин, анализу причин аварий и разработке методических основ для профилактики подобных явлений. Исследователи приходят к выводу, что сочетание инженерно-геологических факторов, эксплуатационных погрешностей и неучтенных динамических воздействий может формировать комплексные сценарии разрушений, требующие непрерывного мониторинга.

Публикации [15, 19] рассматривают современные подходы к оценке устойчивости сооружений на основе пространственного анализа геометрии долины, свойств грунтовых слоёв и мониторинга деформаций. Представленные методики демонстрируют важность применения интеллектуальных систем мониторинга для раннего выявления опасных тенденций в поведении плотины.

Полезные данные о реальном поведении плотин приводятся также в [16], где на основе многолетних наблюдений за смещениями контрольных точек показано, что деформации развиваются неравномерно и чувствительны к сезонным изменениям уровня водохранилища.

Значительный пласт литературы посвящён вопросам динамики и сейсмостойкости плотин. В ряде исследований [17, 21–23] рассмотрены методы расчёта отклика бетонных и арочных плотин на динамические воздействия. Используя ANSYS и методы конечных элементов, авторы выявили связь между геометрией сооружения, параметрами материала и характеристиками собственных колебаний.

Работы [20, 25–27] акцентируют внимание на взаимодействии системы «плотина – основание». Авторы подчёркивают, что правильный учёт наполненности водохранилища и параметров грунтового основания оказывает критическое влияние на частоты собственных колебаний и динамическое поведение сооружения. Особенно важно, что даже небольшие изменения уровня воды способны смещать спектральные характеристики плотины, что необходимо учитывать при сейсмическом моделировании.

Ряд экспериментальных исследований [28–32] демонстрирует применение вибрационных методов для определения собственных частот грунтовых и бетонных плотин. Проведение испытаний на вибростендах, анализ отклика при взрывных воздействиях и сопоставление экспериментальных данных с результатами численного моделирования позволяют уточнять модели и совершенствовать прогнозирование динамического поведения сооружений.

Систематизация приведённых источников показывает, что современная практика проектирования и эксплуатации грунтовых плотин требует постоянного развития математического аппарата оценки напряженно-деформированного состояния и прочностного анализа. Высокая сейсмичность региона, изменчивость свойств грунта, влияние фильтрационных потоков и необходимость учёта порового давления создают потребность в разработке более точных алгоритмов численного моделирования. В совокупности это подтверждает актуальность исследований, направленных на повышение надёжности и безопасности грунтовых плотин.

Обзор выше приведенных работ показывает необходимость разработки математических моделей, методики, алгоритмов для оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) грунтовых плотин и анализа прочностного состояния плотин является актуальной проблемой.

Математическая модель, методы решения и алгоритмы. Рассматривается модель проектируемой Кызылсайской грунтовой плотины под действием массовых сил и гидростатического давления воды.

При строительстве плотины установлено, что физико-механические характеристики грунта в опорных призмах и ядре, согласно проекту, должны быть следующими:

- высота плотины 83 м, ширина гребня плотины 10 м, уклон верхнего бьефа $m_1=2.5$ м, уклон нижнего бьефа $m_2=2.1$ м.

- модуль упругости грунта в опорных призмах $E=3100$ кгс/см², удельный вес $\gamma=2.0$ т/м³, коэффициент Пуассона $\nu=0.30$, коэффициент сцепления грунта $C=0.5$, угол внутреннего трения $\varphi=36^\circ$.

- модуль упругости грунта в ядре $E=2780$ кгс/см², удельный вес $\gamma=1.8$ т/м³, коэффициент Пуассона $\nu=0.37$, коэффициент сцепления грунта $C=0.5$, угол внутреннего трения $\varphi=16^\circ$.

Для построения математической модели неоднородной Кызылсайской грунтовой плотины в состоянии плоской деформации рассмотрим деформируемое твердое тело (рис. 1), занимающее объем $S=S_1+S_2+S_3$, взаимодействующее с водной средой в водохранилище.

Эта неоднородная система, занимающая объем S , представляет собой модель Кызылсайской грунтовой плотины. Здесь S_1 , S_3 - опорные призмы плотины, а S_2 - ядро плотины. Нижняя часть Σ_u грунтовой плотины (рис. 1) рассматривается как абсолютно жестко закрепленная к основанию. На плотину (рис.1) действуют массовые силы \vec{f} и гидростатическое давление воды. Для обеспечения непрерывности деформаций и напряжений на границах областей S_1 , S_2 , S_3 используем "условия непрерывности".

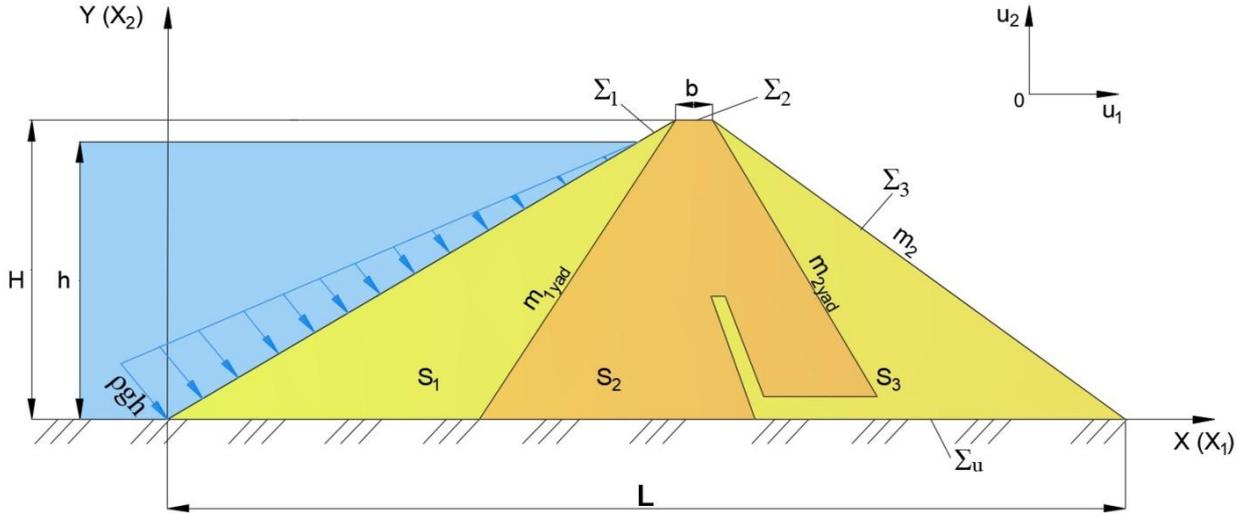


Рис. 1. Плоская модель грунтовой плотины Кызылсайского водохранилища

Требуется определить поля перемещений, деформаций и напряжений, возникающих в неоднородной плоско-деформируемой системе S (рис. 1), находящейся под воздействием сил \vec{p} и \vec{f} . Здесь L - длина основания плотины по поперечному сечению; b - ширина гребня плотины; m_1 - уклон верхнего бьефа; m_2 - уклон нижнего бьефа; $m_{1яд}$, $m_{2яд}$ - представляют уклоны ядра плотины.

Для моделирования процесса деформирования использован принцип возможных перемещений с соответствующими кинематическими условиями, т.е.:

$$\delta A = -\int_{S_1} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dS_1 - \int_{S_2} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dS_2 - \int_{S_3} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dS_3 + \int_{S_1} \vec{f} \delta \vec{u} dS_1 +$$

$$+ \int_{S_2} \vec{f} \delta \vec{u} dS_2 + \int_{S_3} \vec{f} \delta \vec{u} dS_3 + \int_{S_p} \vec{p} \delta \vec{u} dS = 0, \quad i, j = 1, 2 \quad (1)$$

$$\vec{x} \in \Sigma_u: \vec{u} = 0; \delta \vec{u} = 0, \quad (2)$$

где \vec{u} , ε_{ij} , σ_{ij} - соответственно компоненты векторов перемещений, тензоров деформаций и напряжений; $\delta \vec{u}$, $\delta \varepsilon_{ij}$ - изохронная вариация перемещений и деформаций; \vec{f} - вектор массовых сил; \vec{p} - гидростатическое давление воды, действующее на поверхность S_p ; $(h-x_2)$ обозначает глубину точки напорной поверхности плотины от уровня воды; $\vec{u} = \{u_1, u_2\} = \{u, v\}$ - компоненты вектора перемещения точек плотины; $\vec{x} = \{x_1, x_2\} = \{x, y\}$ - координаты точек плотины; при решении плоской задачи индексы i, j принимают значения $i, j = 1, 2$.

В вариационном уравнении (1) для взаимного выражения тензоров напряжений и деформаций, отражающих физико-механические свойства материала в каждой части системы, используется следующий обобщенный закон Гука [7,33]:

$$\sigma_x = \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 2\mu\varepsilon_x; \sigma_y = \lambda(\varepsilon_y + \varepsilon_x) + 2\mu\varepsilon_y; \tau_{xy} = \mu\gamma_{xy} \quad (3)$$

Здесь σ_x , σ_y и τ_{xy} - нормальные и касательные напряжения, μ , λ - константы Ламе:

$$2\mu = \frac{E}{(1+\nu)}; \lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}.$$

Связь между тензорами деформации и векторами перемещений выражается следующими соотношениями Коши:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (4)$$

Здесь ε_x , ε_y и γ_{xy} - относительная линейная и угловая деформация.

С помощью математической модели (1)-(4) требуется определить вектор перемещений $\vec{u}(\vec{x})$, тензоры деформаций $\varepsilon_{ij}(\vec{x})$, и напряжений $\sigma_{ij}(\vec{x})$, возникающие в произвольных точках грунтовой плотины, удовлетворяющие вариационному уравнению (1) и соотношениям (3), (4) при любых возможных перемещениях, с учетом кинематических условий (2) и находящихся под действием массовых сил \vec{f} и гидростатического давления воды \vec{p} .

Для решения данной задачи с использованием метода конечных элементов разработана методика, алгоритм и программа на ЭВМ, которые подробно изложены в работе [18].

Результаты и выводы. При оценке напряженно-деформированного состояния рассмотрена конструкция плотины с ядром, расположенным в центре плотины (рис.1). При этом определены компоненты напряжений (σ_x , σ_y , τ_{xy}), возникающие под действием собственного веса плотины. Далее, при определении НДС (т.е: σ_x , σ_y , τ_{xy}) плотины наряду с собственным весом грунтовой плотины, учтено гидростатическое давление воды в результате различного заполнения водохранилища. По найденным значениям (σ_x , σ_y , τ_{xy}) были построены изолинии и изополя равномерного распределения компонентов напряжений по телу грунтовой плотины.

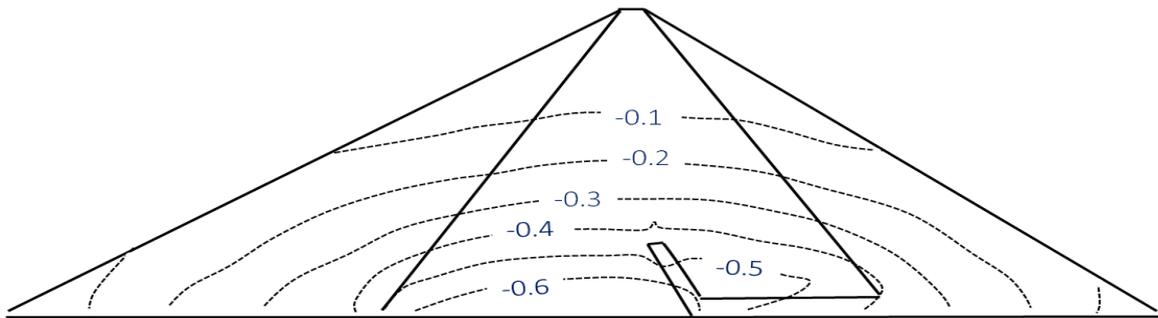
Результаты, полученные под действием только массовых сил. На рис.2 показаны изолинии распределения компонентов напряжений в теле плотины под действием массовых сил. Полученные результаты (рис. 2а), показывают, что максимальное значение σ_x приходится на нижнюю часть плотины с центральным ядром (рис. 2а), его значение составляет - 0.65 МПа. В нижней части верховой призмы плотины, которая соединена с основанием, это напряжение σ_x имеет небольшое положительное значение и создает условия для выпирания. Это связано с тем, что плотина под действием массовых сил стремится вытеснить грунт, расположенный в нижней части верхового откоса плотины. Поскольку в верхней призме уклон больше, чем в нижней, то в этой призме участок, склонный к вытеснению, занимает значительно большую площадь, чем в нижней призме (рис. 2а).

Если проанализировать изолинии распределения значений нормального сжимающего напряжения σ_y в вертикальном направлении (рис. 2б), то в центральном ядре плотины значение этого напряжения равно -1.2 МПа и это напряжение возникает в самой нижней части плотины. Наименьшее значение σ_y распределено по контуру плотины. В то же время, небольшие значения этого напряжения возникают в нижней части ядра.

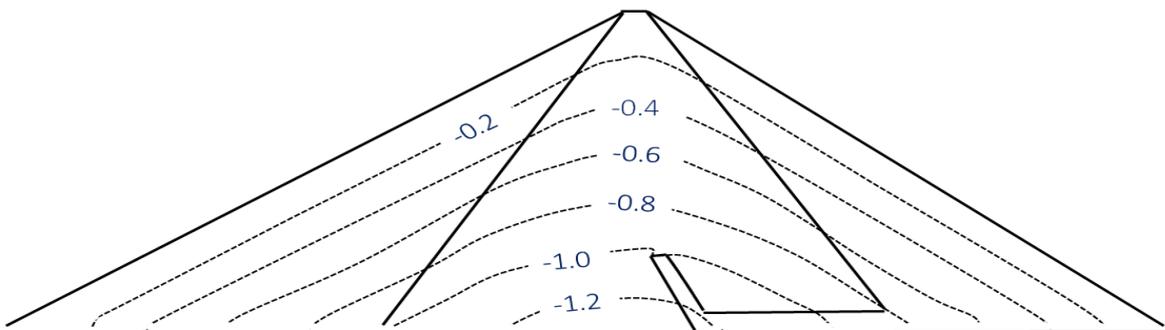
Результаты касательного напряжения τ_{xy} , приведенные на рис. 2в, показывают, что распределение этого напряжения существенно отличается от двух вышеописанных случаев.

В грунтовой плотине с центральным ядром возникающие касательные напряжения составляют $\tau_{\max} = -0.2$ и $+ 0.15$ МПа. Эти напряжения по верху и низу плотины незначительно отличаются из-за небольшой разницы коэффициентов откосов (рис.2в).

а) σ_x , МПа



б) σ_y , МПа



в) τ_{xy} , МПа

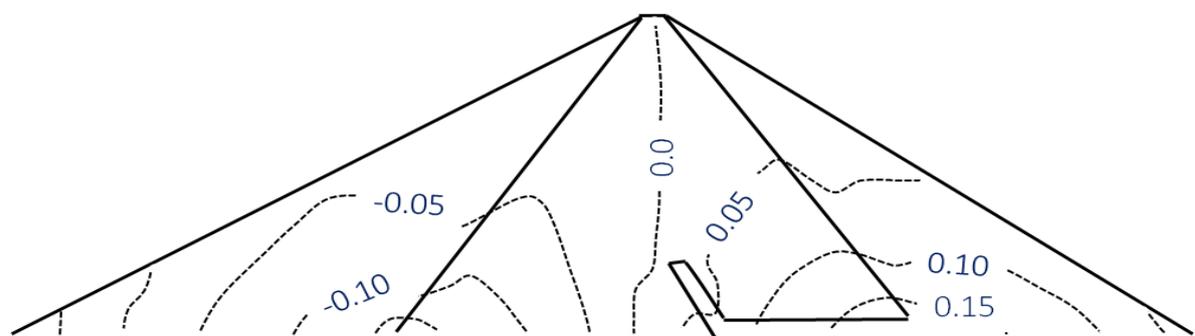
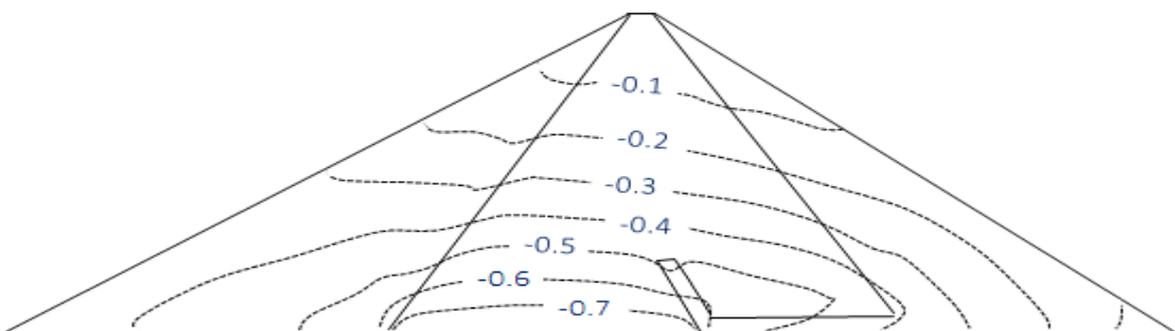


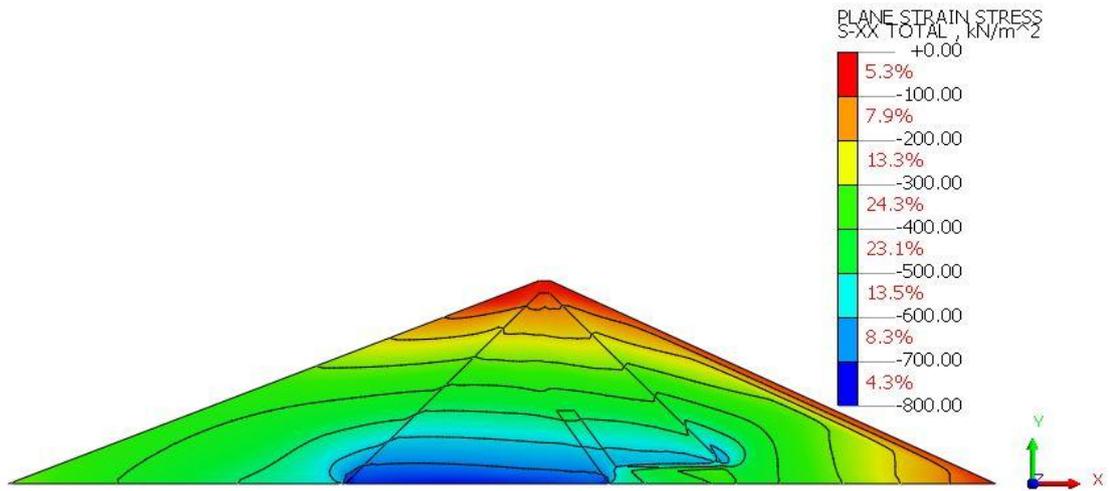
Рис. 2. Изолинии распределения напряжений в теле неоднородной Кызылсайской грунтовой плотины под действием массовых сил

Результаты, полученные под действием массовых сил и гидростатического давления воды. На рис. 3 представлены результаты распределения изолиний компонентов напряжений (σ_x , σ_y , τ_{xy}) в теле Кызылсайской грунтовой плотины, полученные с помощью разработанной авторами программы и сертифицированного пакета программ, под действием массовых сил и гидростатического давления воды, когда водохранилище полностью заполнено.

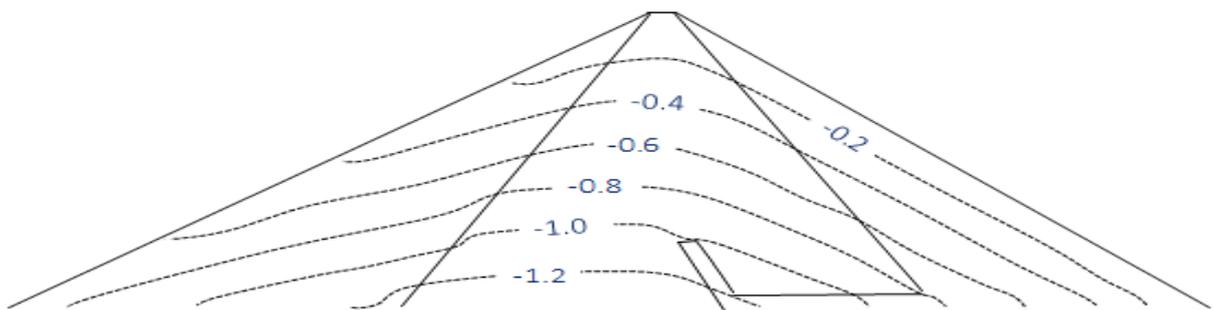
а) σ_x , МПа



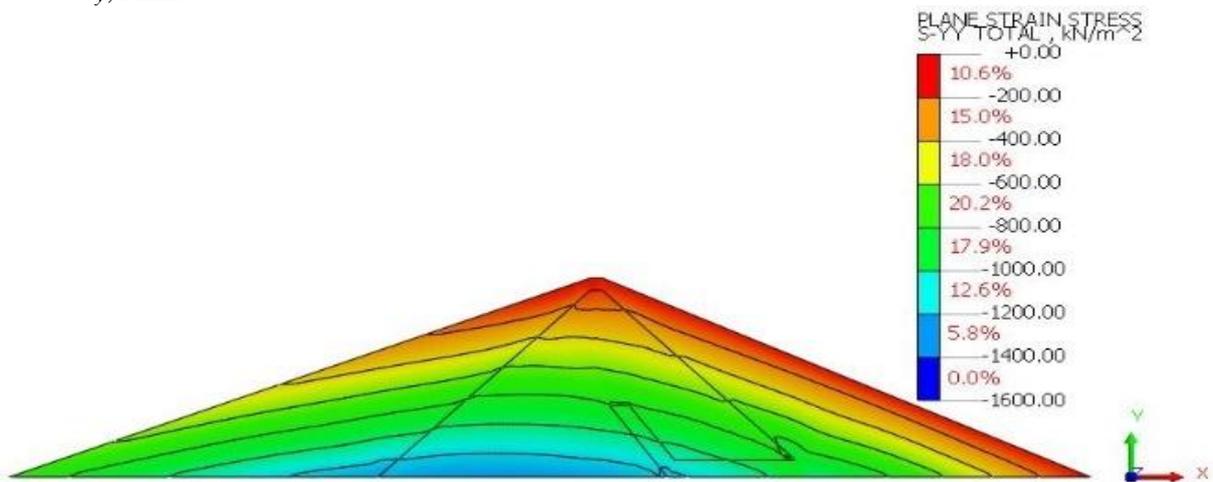
σ_x , МПа



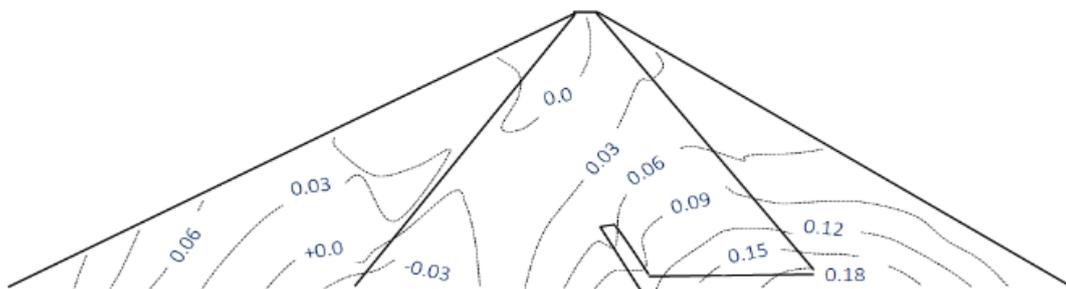
б) σ_y , МПа



σ_y , МПа



в) τ_{xy} , МПа



τ_{xy} , МПа

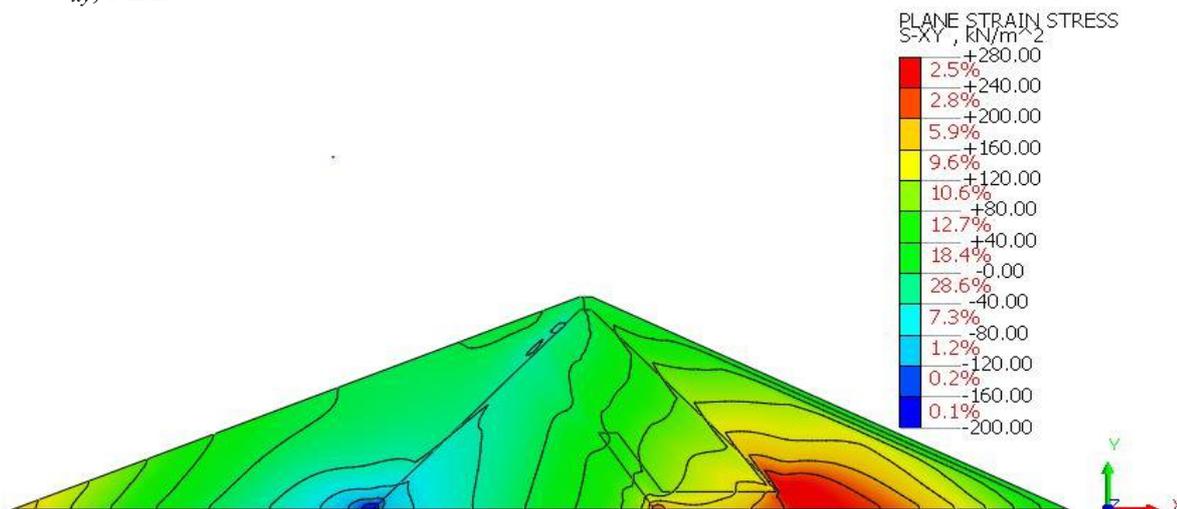


Рис. 3. Изолинии распределения напряжений в теле Кызылсайской грунтовой плотины, возникающие под действием массовых сил и гидростатического давления воды: слева представлены результаты, полученные с помощью разработанной программы; справа, результаты, полученные с помощью сертифицированного пакета программ.

Обсуждение. Результаты (рис.3а) показывают, что величина горизонтального максимального нормального напряжения σ_x в грунтовой плотине Кызылсай с центральным ядром достигает -0.8 МПа. При этом (рис. 3), в нижней части верховой призмы плотины, которая соединена с основанием, положительное значение напряжения σ_x исчезает, так как гидростатическое давление создает противоположное напряжение.

При этом анализ распределения σ_y по телу плотины показывает, что максимальное значение нормального вертикального напряжения σ_y приходится на нижнюю часть в центре плотины, преимущественно на стороне верхней упорной призмы, а его значение составляет $\sigma_y = -1.4$ МПа (рис. 3б). Наименьшее значение этого напряжения приходится на верхнюю часть нижней упорной призмы - в зоне от основания до 1/3 высоты плотины и до самой верхней части плотины.

Анализ распределения касательных напряжений τ_{xy} по телу плотины показывает, что его максимальное значение достигает 0.20 МПа (рис. 3в). При этом почти симметричное распределение этого напряжения исчезает за счет действия гидростатического давления.

Из полученных результатов видно, что разработанная авторами программа для ЭВМ показывает примерно такой же результат, как и лицензионный пакет программ. Это еще раз подтверждает корректность результатов, которые можно получить с помощью разработанной математической модели, вычислительного алгоритма и программы ЭВМ. Это можно объяснить горизонтальным напряжением, создаваемым гидростатическим давлением против горизонтального нормального напряжения, возникающего в теле плотины под действием собственного веса.

Заключение.

1. Определено напряженное состояние (σ_x , σ_y , τ_{xy}) в теле проектируемой Кызылсайской грунтовой плотины, возникающее под действием массовых сил и гидростатического давления воды.

2. Установлено, что максимальное значение нормального горизонтального напряжения σ_x , возникающего в теле плотины с центральным ядром под действием массовых сил, составляет приблизительно $\sigma_x = -0.65$ МПа (или -650000 Па) и при этом установлено, что при данном значении уклона верхового откоса в самой нижней его части на небольшом участке возникает положительное напряжение σ_x .

3. Установлено, что под действием массовых сил и при полностью заполненном водохранилище максимальное значение горизонтальных нормальных напряжений σ_x в Кызылсайской грунтовой плотине достигает -0.8 МПа. Под действием гидростатического давления воды возникающее положительное значение σ_x в нижней части верхового откоса исчезает.

4. Установлено, что в Кызылсайской грунтовой плотине с центральным ядром значение максимального касательного напряжения при совместном действии массовых сил и гидростатического давления составляет приблизительно $\tau_{\max} = 0.20$ МПа, и, в основном, эта величина возникает в частях плотины, соединенных с основанием, а также в местах соединения призмы с ядром.

Статья выполнена за счет бюджетного финансирования Института механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Mirsaidov M., Juraev D., Matkarimov P.* Assessment of Stress-Strain State of Earth Dams Considering the Spatial Operation of Structures // AIP Conference Proceedings. 2025, Vol. 3265, No. 1, P. 050020
- [2] *Pinyol N.M., Alonso E.E.* Earth dam, spatial model, stress-strain state, dynamic characteristic, natural frequency, modes of oscillations // International Journal of Civil Engineering. 2019, Vol. 17, No. 4, pp. 501–513.
- [3] *Lo E., Pelecanos L.* Building dams on rock or soft soil – frequency-domain analysis of dynamic dam-foundation interaction // Smart dams and reservoirs: papers from the 20th Biennial Conference of the British Dam Society, Swansea, United Kingdom, 2018 / British Dam Society. London: ICE Publishing, 2018, pp. 113–122.
- [4] *Fu Z., Chen S., Li G.* Hydrodynamic pressure on concrete face rockfill dams subjected to earthquakes // Journal of Hydrodynamics. 2019, Vol. 31, No. 1, pp. 152–168.
- [5] *Wang M., Chen J., Xiao W.* Experimental and numerical comparative study on gravity dam-reservoir coupling system // KSCE Journal of Civil Engineering. 2018, Vol. 22, No. 10, pp. 3980–3987.
- [6] *Mirsaidov M.* Strength of earth dams considering the elastic-plastic properties of soils // E3S Web of Conferences. 2023, Vol. 365, P. 03001.
- [7] *Мурсаидов М.М.* Теория и методы расчета грунтовых сооружений на прочность и сейсмостойкость. Ташкент: Фан, 2010, 312 с.
- [8] *M. M. Mirsaidov, T. Z. Sultanov, J. A. Yarashev.* Assessment of stress-strain state of earth dams considering elastoplastic properties of soils // AIP Conference Proceedings. 2025, Vol. 3286, No. 1, P. 040008
- [9] *Li Z., Wang T., Ge W., Wei D., Li H.* Risk Analysis of Earth-Rock Dam Breach Based on Dynamic Bayesian Network // Water. 2019, Vol. 11, No. 11, P. 2305
- [10] *Fu X., Gu C.-S., Su H.-Z., Qin X.-N.* Risk Analysis of Earth-Rock Dam Failures Based on Fuzzy Event Tree Method // International Journal of Environmental Research and Public Health. 2018, Vol. 15, No. 5, P. 886.
- [11] *Zhong Q.* Earth-Rock Dams' Breach Modelling / Q. Zhong, Y. Shan, J. Liu // Dam Engineering / ed. H. Tosun. London: IntechOpen, 2020.
- [12] *Teixeira S. H. C., de Paiva P. R., de Souza Junior T. F., Conte E.* Deformations on a Tailings Dam Embankment Due to Its Heightening and Reservoir Filling // Research Square. 2021. – Препринт.
- [13] *Саинов М.П., Ганеев Д.С., Кудрявцев Г.М.* Влияние напряжённого состояния каменно-земляной плотины на устойчивость её откосов // Интернет-журнал «Науковедение». 2017, Т. 9, №6.
- [14] *Guo X., Dias D., Carvajal C., Peyras L., Breul P.* Three-dimensional probabilistic stability analysis of an earth dam using an active learning metamodeling approach // Bulletin of Engineering Geology and the Environment. 2022, Vol. 81, No. 40.
- [15] *Dong K., Li Z., Lu X., Chen C., Sheng J., Chen J., Wu Z.* Analysis of Dam Overtopping Failure Risks Caused by Landslide-Induced Surges Considering Spatial Variability of Material Parameters // Frontiers in Earth Science. 2021, Vol. 9, P. 675900.
- [16] *Ehiorobo J., Ehigioro-Irughe R.* 3-D Spatial Analysis of Deformation at Ikpoba Dam from GPS Data // Journal of the Nigerian Association of Mathematical Physics. 2011, Vol. 19, pp 493 – 498.
- [17] *Sohrabi Bidar A., Isari M., Tarinejad R., Maghami S.* Topography Effects In Pacoima Dam Site Using Time-Domain Three-Dimensional Bem // Bulletin Of Earthquake Science And Engineering. 2019, Vol. 6, No. 1, pp. 23-34.
- [18] *Konstantinov I., Kuzmin S., Savchenko A., Boychenko P., Nagornya D.* Allowance for Sequence of Mass Concrete Dam Erection on Soils During its Stress-strain Analysis // MATEC Web of Conferences. 2016, Vol. 73, P. 01005.
- [19] *Zheng F., Yaqi L.* Deformation characteristics and a safety monitoring model of high arch dam affected by valley narrowing deformation // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2021, Vol. 861, P. 042040.
- [20] *Nariman N.A., Lahmer T., Karampour P.* Uncertainty quantification of stability and damage detection parameters of coupled hydrodynamic-ground motion in concrete gravity dams // Frontiers of Structural and Civil Engineering. 2019, Vol. 13, No. 2, pp. 303–323.
- [21] *Arbain A., Mazlan A.Z., Zawawi M.H., Mohd Radzi M.R.* Vibration analysis of Kenyir dam power station structure using a real scale 3d model // Civil and environmental engineering reports. 2019, Vol. 29, No. 3, pp.048-059.
- [22] *Jafari M. K., Davoodi M.* Dynamic characteristics evaluation of Masjed Soleiman Dam using in situ dynamic tests // Canadian Geotechnical Journal. 2006, Vol. 43, No. 10, pp. 997–1014.

- [23] Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Нгуен Тай Ханг Лонг. Методика численного моделирования трехмерной системы «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях // Вопросы прикладной математики и механики : сб. науч. тр. / Моск. гос. строит. ун-т. М.: АСВ. 2017, № 20, стр. 364–377.
- [24] Kozinetc G.L., Kozinetc P.V. The calculation of the dynamic characteristics of the spillway of the dam // Magazine of Civil Engineering. 2022, Vol. 113, No.), pp.1-8.
- [25] Galván J.C., et al. Boundary element model for the analysis of the dynamic response of the Soria arch dam and experimental validation from ambient vibration tests // Engineering Analysis with Boundary Elements. 2022, Vol. 144, pp.67-80.
- [26] Arbain A., et al. Vibration analysis of Chenderoh dam physical model spillway structure due to the effect of water spilling: Numerical and Experimental Validation // IOP Conf. Ser.:Mater. Sci. Eng. 2020, Vol. 815, P. 012020.
- [27] Vipparthy R. Static and free vibration analysis of a gravity dam under the influence of hydrostatic pressure using ANSYS finite element models // ResearchGate : препринт. 2022. – URL: <https://www.researchgate.net/publication> (дата обращения: 19.12.2025).
- [28] Altunışık A., Kalkan E., Okur F., Günaydın M., Genç A. F. Experimental Modal Analysis and Structural Health Monitoring of the Double Curvature Deriner Arch Dam // IDUNAS Natural and Applied Sciences Journal. 2021, Vol. 4, No. 1, pp. 22–29.
- [29] Chakraborty S., Das J. T., Puppala A. J., Banerjee A. Natural frequency of earthen dams at different induced strain levels // Engineering Geology. 2019, Vol. 248, pp. 330–345
- [30] Jafari S.R., Pasbani Khiavi M. Parametric Study of the Modal Behavior of Concrete Gravity Dam by Using Finite Element Method // Civil Engineering Journal. 2019, Vol. 5, No. 12, pp. 2614–2625.
- [31] Li Q., Ma G., Li P., Su Z. Dynamic characteristics of tailings dam with geotextile tubes under seismic load // Reviews on Advanced Materials Science. 2021, Vol. 60, No. 1, pp. 599–614.
- [32] Raja M., Maheshwari B. Behaviour of Earth Dam under Seismic Load Considering Nonlinearity of the Soil // Open Journal of Civil Engineering. 2016, Vol. 6, No. 2, pp. 75–83.
- [33] Колтунов М.А., Кравчук А.С., Майборода В.П. Прикладная механика деформируемого твердого тела. М.: Высшая школа, 1983, 349 с.

Дата поступления
18.10.2025

Sultanov K.S., Mirsaidov M.M., Nu'monov A., Urazmuhamedova Z. Qizilsoy gruntli to'g'onining statik kuchlar ta'sirida kuchlanishini baholash

Annotatsiya. Ushbu maqolada turli xil statik kuchlar ostida gruntli to'g'onlarning kuchlanish holatini baholash uchun matematik formulalar, yechim usullari va algoritmlari keltirilgan. Olingan natijalar litsenziyali dasturiy ta'minot yordamida olingan natijalar bilan taqqoslangan. Markaziy yadro bilan loyihalashtirilgan Qizilsoy gruntli to'g'onining kuchlanish holati baholanadi. Aniqlanishicha, tashqi kuchlar ta'sirida to'g'onning yuqori qismining eng past qismida (kichik kesimda) musbat belgi bilan σ_x paydo bo'ladi. To'g'onning yuqori qismi va pastki qismidagi kuchlar hamda gidrostatik suv bosimi birgalikda hisobga olinsa, gorizontal normal kuchlanish bosimga aylanadi.

Kalit so'zlar: grunt to'g'on, kuchlanish holati, chekli elementlar usuli (ChEU), kuchlanish holati, massa kuchlari, gidrostatik suv bosimi, konstruktiv bir jinsiz.

Sultanov K.S., Mirsaidov M.M., Numonov A., Urazmukhamedova Z. Stress state of the Kyzylsay earth dam under static loads

Abstract. This paper presents a mathematical formulation, solution methods, and algorithms for assessing the stress state of earth dams under various static loads. The results are compared with the results obtained using the licensed software package. The stress state of the designed Kyzylsay earth dam with a central core is estimated. It is established that under the action of mass forces in the lowest part of the upstream slope (in a small section) of the dam, stress σ_x with a positive sign occurs. When mass forces and hydrostatic water pressure in the lower part of the upstream slope of the dam are also taken into account, the horizontal normal stress becomes compressive.

Key words: earth dam, stress state, finite element method (FEM), mass forces, hydrostatic water pressure, structural heterogeneity.

УДК 539.3

ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ МНОГОЭТАЖНОГО ЗДАНИЯ С ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ФУНДАМЕНТОМ НА ОСНОВЕ КОНТИНУАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЧАТОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОДЕЛИ

Усаров М.К., Шамсиев Д.К., Усанов Ф.А.

*Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан.
E-mail: umakhamatali@mail.ru*

Аннотация. В статье приведено численное решение динамической задачи продольных колебаний многоэтажного здания с пространственным фундаментом на основе пространственной континуальной пластинчатой модели, разработанной с использованием бимоментной теории пластин. Приводятся основные уравнения продольных колебаний, граничные и контактные условия здания. Получены численные результаты расчетов перемещений при продольных колебаниях многоэтажных зданий для различных вариантов геометрических размеров.

Ключевые слова: Многоэтажное здание, бимоментная теория, пластинчатая модель, сейсмическая нагрузка, продольные колебания, пространственный фундамент, напряжения, перемещения, ускорение, уравнение движения, граничные условия, контактные условия.

Введение. Увеличение плотности городского населения требует применения оптимальных конструктивных систем многоэтажных гражданских зданий, однако, несмотря на большое количество исследований о рациональности их применения, вопрос о выборе оценки сейсмостойкости конструктивных систем многоэтажных гражданских зданий остается открытым. Обеспечение пространственной жесткости многоэтажных зданий при действии внешних нагрузок сводится к решению сложных задач, связанных с одним из видов динамических расчётов – модальным анализом, при котором решаются в первую очередь вопросы определения перемещения при продольных колебаниях конструкций и многоэтажного здания с пространственным фундаментом в целом. Многие ученые и исследователи занимаются совершенствованием существующих методов расчета высотных зданий с пространственным фундаментом на сейсмическую прочность, а также разработкой новых пространственных методов.

В нормативах большинства стран применяется концепция редукиции при учете нелинейных эффектов для определения расчетных сейсмических нагрузок [1, 2]. Такой подход является общепринятым, но результаты последних исследований в области сейсмостойкого строительства свидетельствуют о возможном возникновении дефекта сейсмостойкости при проектировании зданий и сооружений с использованием данной методики [3-5]. Расчет зданий и сооружений, проектируемых для сейсмических районов, проводят по методике СНиП, основанной на линейно-спектральном подходе [6-8]. Этот метод расчета не позволяет оценить вероятность отклонения расчетных значений реакции от действительных величин, а также вскрыть резервы прочности сооружений, связанные с физически нелинейными свойствами конструкционных материалов, которые проявляются при динамическом нагружении. В статье [9] представлены результаты сравнительного анализа сейсмостойкости пяти различных конструктивных систем многоэтажных гражданских зданий (высота этажа – 3 м, количество этажей – 20): каркасно-стеновой, каркасно-ствольной, ствольной-стеновой, каркасно-ствольно-диафрагмовой, каркасно-ствольно-оболочковой систем. Сумма эффективных модальных масс, учтенных в расчете, составила не менее 90% общей массы системы, возбуждаемой по направлению сейсмического горизонтального воздействия, и не менее 75% – при вертикальном воздействии.

Статья [10] посвящена разработке метода расчета отклика конструкции на многокомпонентное сейсмическое воздействие. Для расчета отклика конструкции использовались максимальный и минимальный огибающие спектры отклика. Средняя разница в результатах, полученных при расчете максимального и минимального отклика системы во временной области, с результатами, полученными с использованием огибающих спектров, составила менее 5%. В статье [11] рассмотрен опыт применения крупнопанельных зданий в сейсмических районах. Особое внимание уделено конструктивным решениям 122-ой серии, которая получила название «Крупнопанельные здания с “сухими” стыками». Показано, что применение дополнительных элементов сухого трения в стыках панелей позволяет на 30% снизить сейсмические нагрузки на здания и, соответственно, усилия в сборных элементах крупнопанельного здания.

Континуальная модель многоэтажного здания. Для построения континуальной модели многоэтажного здания необходимо найти его приведенные модули упругости и плотности. Приведем формулы определения упругих характеристик континуальной пластинчатой модели многоэтажного здания из работы [12].

Введем обозначения для пластинчатых элементов здания: E_1, E_2, E_3 – модули упругости; G_{12}, G_{13}, G_{23} – модули сдвига; $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ – коэффициенты Пуассона материала пластины. Для определения компонентов тензоров напряжения, сил, моментов и бимоментов

введем упругие константы $E_{11}, E_{12}, \dots, E_{33}$, определяемые через коэффициенты Пуассона и модули упругости [12]:

$$\begin{aligned} E_{11} &= E_1 g_{11}, \quad E_{22} = E_2 g_{22}, \quad E_{33} = E_3 g_{33}, \\ E_{12} = E_{21} &= E_1 g_{12} = E_2 g_{21}, \quad E_{13} = E_{31} = E_1 g_{13} = E_3 g_{31}, \quad E_{23} = E_{32} = E_2 g_{23} = E_3 g_{32}, \\ g_{11} &= \frac{1 - \nu_{23} \nu_{32}}{1 - \mu^2}, \quad g_{22} = \frac{1 - \nu_{13} \nu_{31}}{1 - \mu^2}, \quad g_{33} = \frac{1 - \nu_{12} \nu_{21}}{1 - \mu^2}, \\ g_{12} = g_{21} &= \frac{\nu_{12} + \nu_{13} \nu_{32}}{1 - \mu^2} = \frac{\nu_{21} + \nu_{31} \nu_{23}}{1 - \mu^2}, \quad g_{13} = g_{31} = \frac{\nu_{13} + \nu_{21} \nu_{32}}{1 - \mu^2} = \frac{\nu_{31} + \nu_{12} \nu_{23}}{1 - \mu^2}, \\ g_{23} = g_{32} &= \frac{\nu_{23} + \nu_{13} \nu_{12}}{1 - \mu^2} = \frac{\nu_{32} + \nu_{31} \nu_{21}}{1 - \mu^2}, \quad \mu^2 = \nu_{12} \nu_{21} + \nu_{23} \nu_{32} + \nu_{13} \nu_{31} + 2\nu_{12} \nu_{23} \nu_{31}. \end{aligned}$$

Введем коэффициенты приведения $\xi_{11}, \xi_{22}, \xi_{33}, \xi_{12}, \xi_{13}, \xi_{23}, \xi_0$, с помощью которых приведены модули упругости, сдвига и плотности пластинчатой модели многоэтажного здания. Приведенные модули упругости и сдвига здания определяются по следующим формулам [12]:

$$\begin{aligned} E_1^{np} &= \xi_{11} E_0, \quad E_2^{np} = \xi_{22} E_0, \quad E_3^{np} = \xi_{33} E_0, \\ G_{12}^{np} &= \xi_{12} G_0, \quad G_{13}^{np} = \xi_{13} G_0, \quad G_{23}^{np} = \xi_{23} G_0, \end{aligned} \quad (1)$$

а приведенная плотность здания определяется выражением

$$\rho_{np} = \xi_0 \rho_0. \quad (2)$$

где E_0 - модуль упругости материала несущей стены здания.

Значения коэффициентов приведения $\xi_{11}, \xi_{22}, \xi_{33}, \xi_{12}, \xi_{13}, \xi_{23}, \xi_0$, в общем случае, для каждой ячейки (комнаты) определяются в зависимости от размера и материала плит комнат многоэтажного здания.

Запишем новые формулы для определения коэффициентов приведенных модулей упругости дискретной части здания $\xi_{11}, \xi_{22}, \xi_{33}, \xi_{12}, \xi_{13}, \xi_{23}, \xi_0$, данные в [12]:

$$\begin{aligned} \xi_{11} &= \alpha_1 \frac{S_{11}}{S_{01}}, \quad \xi_{22} = \alpha_2 \frac{S_{22}}{S_{02}}, \quad \xi_{33} = \alpha_3 \frac{S_{33}}{S_{03}}, \quad \xi_{12} = \alpha_4 \frac{S_{12}}{S_{01}}, \\ \xi_{13} &= \alpha_5 \frac{h_{nep}}{b_1} \lambda^*, \quad \xi_{23} = \alpha_6 \frac{h_2}{a_1}, \quad \xi_0 = \alpha_0 \frac{V_1}{V_0}. \end{aligned} \quad (3)$$

где S_{01}, S_{02}, S_{03} – площади поперечных сечений здания в трех координатных плоскостях одного этажа здания; S_{11}, S_{22}, S_{33} – суммарные площади поперечных сечений плит в координатных плоскостях, образующих один этаж здания; λ^* – коэффициент, характеризующий пустоты в поперечном сечении плиты перекрытия. V_1 – сумма объемов плит, которые составляют один этаж многоэтажного здания. V_0 – полный внешний объем одного многоэтажного здания.

Надо отметить, что коэффициенты в формулах (3) $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$ определяются в зависимости от ячеистой структуры конструкции здания. При определении приведенных модулей упругости и сдвига наружных стен, с учетом оконных проемов, применим методу, приведенную в [12], в виде приближенных формул:

$$\begin{aligned} E_1^{npus} &= E_1 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right), \quad E_2^{npus} = E_2 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right), \quad E_3^{npus} = E_3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right), \\ G_{12}^{npus} &= G_{12} \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right), \quad G_{13}^{npus} = G_{13} \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right), \quad G_{23}^{npus} = G_{23} \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь, $E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{13}, G_{23}$ – модули упругости и сдвига наружных стен, η, η_0 – постоянные коэффициенты, которые зависят от размера проема рассматриваемой стены.

Значения коэффициентов $\xi_{11}, \xi_{22}, \xi_{33}, \xi_{12}, \xi_{13}, \xi_{23}, \xi_0$ для каждой ячейки (комнаты) здания определяются в виде функций двух пространственных переменных, E_0, G_0 – модули упругости и сдвига самой прочной несущей панели здания. Формулы (1) – (4) определяют приведенные модули упругости, в качестве ортотропной пластинчатой модели здания. Для многоэтажных зданий в качестве исходных данных задаются следующие размеры здания. Высота и длина многоэтажного здания принимаются, соответственно, равными $b=nb_1$ и a , где n количество комнат по ширине одного этажа, b_1 – размер одной вертикальной поперечной стены (высота одного этажа многоэтажного здания считается постоянной); h_1 – толщина внешних продольных вертикальных несущих стен; h_2 – толщина внутренних межкомнатных поперечных вертикальных стен; $h_{пер}$ – толщина перекрытия. Для представления значения модулей упругости и плотности вычислены их значения при следующих размерах многоэтажного здания:

$$h_1 = 0.35 \text{ м}, h_2 = 0.20 \text{ м}, h_{пер} = 0.2 \text{ м}, a_1 = 5 \text{ м}, b_1 = 3 \text{ м}, a = 30.$$

Высота и длина многоэтажного здания принимаются, соответственно, равными $b=nb_1$ и $a=30$ м. Ширина здания H варьируется. Используя исходные данные, определены значения коэффициентов приведенных модулей упругости, показанные в таблице 1 для многоэтажных зданий, вычисленные по формулам (3).

Таблица 1

Коэффициенты определения модулей упругости континуальной модели здания при заданных исходных данных							
Толщина	Коэффициенты определения модулей упругости континуальной модели здания						
H (м)	ξ_0	ξ_{11}	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{22}	ξ_{23}	ξ_{33}
15	0.100	0.093	0.060	0.067	0.117	0.04	0.09
18	0.089	0.083	0.050		0.107		
20	0.082	0.078	0.045		0.102		

Предлагаемая пространственная модель здания учитывает все виды компонент деформации и напряжений пригодных для пространственного расчета на сейсмостойкость зданий и сооружений.

Постановка задачи. Задача о продольных колебаниях многоэтажного здания является антисимметричной задачей бимоментной теории пластинчатых сооружений, разработанной в [12-14]. Сейсмические колебания многоэтажного здания в рамках пластинчатой модели рассматриваются в прямоугольной декартовой координатной системе x_1 и x_2 и z . Направим оси Ox_1 и Ox_2 по длине и высоте, а ось Oz – вдоль ширины многоэтажного здания.

Задача продольных колебаний бимоментной теории пластинчатых сооружений состоит из двух уравнений относительно продольных и тангенциальных усилий и четырех дополнительно построенных уравнений бимоментов относительно девяти неизвестных кинематических функций:

$$\begin{aligned} \bar{u}_k &= \frac{u_k^{(+)} + u_k^{(-)}}{2}, \quad \bar{\psi}_k = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h u_k dz, \quad \bar{\beta}_k = \frac{1}{2h^3} \int_{-h}^h u_k z^2 dz, \quad (k=1,2), \\ \bar{W} &= \frac{u_3^{(+)} - u_3^{(-)}}{2}, \quad \bar{r} = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h u_3 z dz, \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h u_3 z^3 dz. \end{aligned} \quad (5)$$

Вводятся грузовые члены уравнения движения для первой задачи $\bar{q}_k, (k=1,2), \bar{q}_3$, которые определяются по формулам:

$$\bar{q}_k = \frac{q_k^{(+)} - q_k^{(-)}}{2}, \quad (k=1,2), \quad \bar{q}_3 = \frac{q_3^{(+)} + q_3^{(-)}}{2} \quad (6)$$

Усилия n_{11}, n_{12}, n_{22} от напряжений $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}$ определены выражениями:

$$\begin{aligned}
n_{11} &= E_{11}\bar{\varepsilon}_{11} + E_{12}\bar{\varepsilon}_{22} + E_{13}\bar{\varepsilon}_{33}, \\
n_{22} &= E_{12}\bar{\varepsilon}_{11} + E_{22}\bar{\varepsilon}_{22} + E_{23}\bar{\varepsilon}_{33}, \\
n_{12} &= n_{21} = G_{12}(\bar{\varepsilon}_{12} + \bar{\varepsilon}_{21})
\end{aligned} \tag{7}$$

где $\bar{\varepsilon}_{11} = \frac{\partial \bar{\psi}_1}{\partial x_1}$, $\bar{\varepsilon}_{22} = \frac{\partial \bar{\psi}_2}{\partial x_2}$, $\bar{\varepsilon}_{33} = \frac{2\bar{W}}{H}$, $\bar{\varepsilon}_{12} = \frac{\partial \bar{\psi}_2}{\partial x_1}$.

Бимоменты \bar{p}_{11} , \bar{p}_{22} , \bar{p}_{12} от напряжений σ_{11} , σ_{12} , σ_{22} определены в виде:

$$\begin{aligned}
\bar{p}_{11} &= E_{11}\bar{e}_{11} + E_{12}\bar{e}_{22} + E_{13}\bar{e}_{33}, \\
\bar{p}_{12} &= \bar{p}_{21} = G_{12}\bar{e}_{12}, \\
\bar{p}_{22} &= E_{12}\bar{e}_{11} + E_{22}\bar{e}_{22} + E_{23}\bar{e}_{33}.
\end{aligned} \tag{8}$$

где $\bar{e}_{11} = \frac{\partial \bar{\beta}_1}{\partial x_1}$, $\bar{e}_{22} = \frac{\partial \bar{\beta}_2}{\partial x_2}$, $\bar{e}_{33} = \frac{2\bar{W} - 4\bar{r}}{H}$, $\bar{e}_{12} = \frac{\partial \bar{\beta}_2}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{\beta}_1}{\partial x_2}$.

Интенсивности поперечных бимоментов \bar{p}_{13} , \bar{p}_{23} и $\bar{\tau}_{13}$, $\bar{\tau}_{23}$ от касательных напряжений σ_{13} , σ_{23} построены в виде следующих выражений:

$$\bar{p}_{k3} = G_{k3}\bar{\varepsilon}_{k3}, \quad \bar{\tau}_{k3} = G_{k3}\bar{e}_{k3}, \quad (k=1,2). \tag{9}$$

где $\bar{\varepsilon}_{k3} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial x_k} + \frac{2(\bar{u}_k - \bar{\psi}_k)}{H}$, $\bar{e}_{k3} = \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial x_k} + \frac{2(\bar{u}_k - 3\bar{\beta}_k)}{H}$, $(k=1,2)$.

Интенсивности бимоментов \bar{p}_{33} и $\bar{\tau}_{33}$ от нормального напряжения σ_{33} получены в виде:

$$\bar{p}_{33} = E_{31}\bar{\varepsilon}_{11} + E_{32}\bar{\varepsilon}_{22} + E_{33}\bar{\varepsilon}_{33}, \quad \bar{\tau}_{33} = E_{31}\bar{e}_{11} + E_{32}\bar{e}_{22} + E_{33}\bar{e}_{33}. \tag{10}$$

Уравнения движения пластины относительно продольных и тангенциальных усилий построены в виде:

$$\frac{\partial n_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial n_{12}}{\partial x_2} + \frac{2\bar{q}_1}{H} = \rho \ddot{\bar{\psi}}_1, \quad \frac{\partial n_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial n_{22}}{\partial x_2} + \frac{2\bar{q}_2}{H} = \rho \ddot{\bar{\psi}}_2. \tag{11}$$

Отметим, что в системе двух уравнений (2.23) содержатся три неизвестные функции $\bar{\psi}_1$, $\bar{\psi}_2$, \bar{W} .

Относительно продольных и тангенциальных бимоментов также построены два уравнения движения в виде:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{p}_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{p}_{12}}{\partial x_2} - \frac{4\bar{p}_{13}}{H} + \frac{2\bar{q}_1}{H} &= \rho H \ddot{\bar{\beta}}_1 \\
\frac{\partial \bar{p}_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{p}_{22}}{\partial x_2} - \frac{4\bar{p}_{23}}{H} + \frac{2\bar{q}_2}{H} &= \rho H \ddot{\bar{\beta}}_2.
\end{aligned} \tag{12}$$

В отличие от традиционных теорий пластин, построены ещё два уравнения движения пластин относительно интенсивности поперечных бимоментов в следующем виде:

$$\frac{\partial \bar{p}_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{p}_{23}}{\partial x_2} - \frac{2\bar{p}_{33}}{H} + \frac{2\bar{q}_3}{H} = \rho \ddot{\bar{r}}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial \bar{\tau}_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{\tau}_{23}}{\partial x_2} - \frac{6\bar{\tau}_{33}}{H} + \frac{2\bar{q}_3}{H} = \rho \ddot{\bar{\gamma}}. \tag{14}$$

С использованием метода разложения перемещений в бесконечный ряд Маклорена в [14] построены ещё три уравнения продольных колебаний пластинчатой модели многоэтажного здания относительно обобщенных функций перемещений \bar{u}_1 , \bar{u}_2 , \bar{W} точек внешних стен в следующем виде:

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{4}(21\bar{\beta}_1 - 3\bar{\psi}_1) - \frac{1}{20}H \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial x_1} + \frac{\bar{q}_1}{G_{13}} - \frac{\eta_{13}\bar{q}_2}{G_{23}} \right), \quad (15)$$

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{4}(21\bar{\beta}_2 - 3\bar{\psi}_2) - \frac{1}{20}H \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial x_2} + \frac{\bar{q}_2}{G_{23}} - \frac{\eta_{23}\bar{q}_1}{G_{13}} \right),$$

$$\bar{W} = \frac{1}{2}(21\bar{\gamma} - 7\bar{r}) - \frac{1}{30}H \left(\frac{E_{31}}{E_{33}} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + \frac{E_{32}}{E_{33}} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} - \frac{E_{61}}{E_{33}} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} \right) \right) + \frac{H\bar{q}_3}{30E_{33}}. \quad (16)$$

При описании граничных условий для уравнений продольных колебаний зданий (5) - (16), кроме сил, моментов и бимоментов, введем ещё удельные бимоменты $\bar{\sigma}_{11}, \bar{\sigma}_{12}, \bar{\sigma}_{22}, \bar{\sigma}_{11}^*, \bar{\sigma}_{22}^*$, которые определяются формулами, полученными в [12-14].

Бимоменты $\bar{\sigma}_{11}, \bar{\sigma}_{12}, \bar{\sigma}_{22}$ определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{11} &= \left(E_{11} - \frac{E_{13}}{E_{33}} E_{31} \right) \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + \left(E_{12} - \frac{E_{13}}{E_{33}} E_{32} \right) \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} + \frac{E_{13}}{E_{33}} \bar{q}_3, \\ \bar{\sigma}_{22} &= \left(E_{21} - \frac{E_{23}}{E_{33}} E_{31} \right) \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + \left(E_{22} - \frac{E_{23}}{E_{33}} E_{32} \right) \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} + \frac{E_{23}}{E_{33}} \bar{q}_3, \\ \bar{\sigma}_{12} &= G_{12} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_1} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Для описания продольных колебаний, запишем выражения интенсивностей бимоментов $\bar{\sigma}_{11}^*, \bar{\sigma}_{22}^*$, определяемые по формулам:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{11}^* &= -E_{11} \frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial x_1^2} - E_{12} \frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial x_1^2} + E_{13} \frac{420(\bar{W} + 6\bar{r} - 15\bar{\gamma})}{H}, \\ \bar{\sigma}_{22}^* &= -E_{12} \frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial x_1^2} - E_{22} \frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial x_1^2} + E_{23} \frac{420(\bar{W} + 6\bar{r} - 15\bar{\gamma})}{H}, \end{aligned} \quad (18)$$

При рассмотрении продольных колебаний здания максимальные напряжения между продольными и поперечными стенами определяются по формулам:

$$\bar{\sigma}_{13}^* = G_{13} \left[\frac{5}{6} \frac{\partial \bar{W}}{\partial x_1} + \frac{E_{31}}{E_{33}} \frac{H}{36} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x_1^2} + \frac{H}{36} \frac{E_{32}}{E_{33}} \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{35(9\bar{\beta}_1 - 2\bar{\psi}_1 - \bar{u}_1)}{6H} \right], \quad (19)$$

$$\bar{\sigma}_{13}^* = G_{23} \left[\frac{5}{6} \frac{\partial \bar{W}}{\partial x_2} + \frac{E_{31}}{E_{33}} \frac{H}{36} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{H}{36} \frac{E_{32}}{E_{33}} \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial x_2^2} - \frac{35(9\bar{\beta}_2 - 2\bar{\psi}_2 - \bar{u}_2)}{6H} \right],$$

$$\bar{\sigma}_{33}^* = \frac{7E_{31}}{6} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + \frac{7E_{32}}{6} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} - \frac{H}{36} \left(E_{31} \frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial x_1^2} + E_{32} \frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial x_2^2} \right) - E_{33} \frac{35(33\bar{\gamma} - 9\bar{W} - 4\bar{r})}{6H}. \quad (20)$$

Далее, определим граничные условия для рассматриваемой задачи о продольных колебаниях многоэтажных зданий. На свободных боковых гранях здания имеем условия равенства нулю сил, моментов и бимоментов и силовых факторов:

$$\begin{aligned} n_{11} = 0, \quad n_{12} = 0, \quad \bar{p}_{11} = 0, \quad \bar{p}_{12} = 0, \quad \bar{p}_{13} = 0, \quad \bar{\tau}_{13} = 0, \\ \bar{\sigma}_{11} = 0; \quad \bar{\sigma}_{12} = 0 \quad \bar{\sigma}_{13}^* = 0. \end{aligned} \quad (21, a)$$

На свободной верхней грани здания имеем условия:

$$\begin{aligned} n_{12} = 0, \quad n_{22} = 0, \quad \bar{p}_{12} = 0, \quad \bar{p}_{22} = 0, \quad \bar{p}_{23} = 0, \quad \bar{\tau}_{23} = 0, \\ \bar{\sigma}_{12} = 0; \quad \bar{\sigma}_{22} = 0 \quad \bar{\sigma}_{23}^* = 0. \end{aligned} \quad (21, б)$$

На боковых гранях здания, расположенных в грунте, имеем условия равенства силовых факторов и нагрузок со стороны грунта:

$$\begin{aligned} n_{11} = n_{11}^{zp}, \quad n_{12} = n_{12}^{zp}, \quad \bar{p}_{11} = p_{11}^{zp}, \quad \bar{p}_{12} = p_{12}^{zp}, \quad \bar{p}_{13} = p_{13}^{zp}, \quad \bar{\tau}_{13} = \tau_{12}^{zp}, \\ \bar{\sigma}_{11} = \sigma_{12}^{zp}; \quad \bar{\sigma}_{12} = \sigma_{12}^{zp} \quad \bar{\sigma}_{13}^* = \sigma_{12}^{zp}. \end{aligned} \quad (22, a)$$

На свободной верхней грани здания имеем условия:

$$\begin{aligned} n_{12} = n_{12}^{zp}, \quad n_{22} = n_{22}^{zp}, \quad \bar{p}_{12} = p_{11}^{zp}, \quad \bar{p}_{22} = p_{22}^{zp}, \quad \bar{p}_{23} = p_{23}^{zp}, \quad \bar{\tau}_{23} = \tau_{23}^{zp}, \\ \bar{\sigma}_{12} = \sigma_{12}^{zp}; \quad \bar{\sigma}_{22} = \sigma_{22}^{zp} \quad \bar{\sigma}_{23}^* = \sigma_{23}^{zp}. \end{aligned} \quad (22, б)$$

Метод решения. Методика и алгоритм численного решения задачи колебаний многоэтажного здания при продольных колебаниях разработаны на основе метода конечных разностей. Для аппроксимации производных перемещений по пространственным координатам воспользуемся формулами центральных разностных схем. При аппроксимации производных от напряжений, сил, моментов и бимоментов используются центральные конечно-разностные схемы на полушагах (рис. 1), которые имеют второй порядок точности:

$$\frac{\partial F_{i,j}^k}{\partial x_1} = \frac{F_{i+\frac{1}{2},j}^k - F_{i-\frac{1}{2},j}^k}{\Delta x_1}, \quad \frac{\partial F_{i,j}^k}{\partial x_2} = \frac{F_{i,j+\frac{1}{2}}^k - F_{i,j-\frac{1}{2}}^k}{\Delta x_2} \quad (i = 1, N; \quad j = 1, M). \quad (23)$$

Здесь $\Delta x_1 = a/N$, $\Delta x_2 = b/M$ – шаг вычисления метода сеток, N , M – количество делений на сетку.

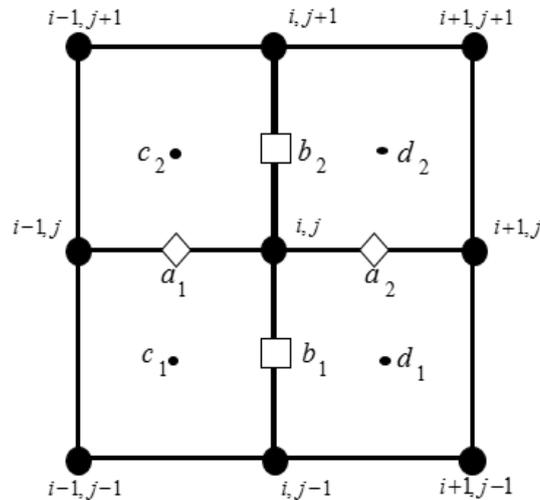


Рис. 1. Конечно-разностная аппроксимация производных силовых факторов и перемещений

Для аппроксимации производных от напряжений, сил, моментов и бимоментов используются центральные конечно-разностные схемы на полушагах, которые имеют второй порядок точности. Условия о равенстве нулю силовых факторов многоэтажного здания на свободных краях аппроксимируем в виде равенства нулю среднеарифметического значения перемещений внешних и внутренних точек.

Программа расчета перемещений и силовых факторов многоэтажного здания составлена в алгоритмической среде *Delphi*.

Анализ результатов. Численные расчеты произведены в предположении, что сейсмическое движение грунта происходит в направлении оси OZ (вдоль ширины здания) в виде ускорения основания здания:

$$\ddot{i}_0(t) = a_0 \cos(\omega_0 t), \quad (24)$$

где $a_0 = k_c g$ – максимальное ускорение и $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ – круговая частота грунтового основания, k_c и ν_0 – коэффициент балльности землетрясения и собственная частота внешнего воздействия,

соответственно.

Отсюда получим перемещения основания здания в виде:

$$u_0(t) = \frac{A_0}{2} (1 - \cos(\omega_0 t)). \quad (25)$$

Здесь $A_0 = 2k_c g / \omega_0^2$ – амплитуда перемещения основания.

В качестве начальных условий принимаем нулевые значения. Отметим, что коэффициенты сейсмичности для семибалльного, восьмибалльного и девятибалльного землетрясений равны $k_c = 0.1, 0.2, 0.4$ соответственно.

Расчеты проводились для разных механических и геометрических данных двадцатиэтажного здания при продольных колебаниях. Для получения конкретных численных результатов должны быть известны механические характеристики рассматриваемой пластинчатой модели двадцатиэтажного здания. Считаем, что внешние стены состоят из железобетона с модулем упругости $E_0 = 30000$ МПа, плотностью $\rho_0 = 2500$ кг/м³ коэффициентом Пуассона $\nu_0 = 0.3$. Внутренние стены считаем состоящими из керамзитобетона со следующими физическими характеристиками: модуль упругости $E = 7500$ МПа плотность $\rho = 1200$ кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$. Фундамент здания состоит из железобетона с модулем упругости $E_{\text{фунд}} = 25000$ МПа, плотностью $\rho_{\text{фунд}} = 2500$ кг/м³, коэффициентом Пуассона $\nu_{\text{фунд}} = 0.3$. Ширина фундамента $h_{\text{фунд}} = 1.2$ м. Приведены результаты расчетов продольных колебаний здания в рамках модели пластинчатого сооружения при следующих размерах плит здания:

$$h_1 = 0.40 \text{ м}, \quad h_2 = 0.25 \text{ м}, \quad h_{\text{пер}} = 0.2 \text{ м}, \quad a_1 = 5 \text{ м}, \quad b_1 = 3 \text{ м}.$$

Высота и длина двадцатиэтажного здания принимаются соответственно равными $b = nb_1$ и $a = 30$ м, а ширина здания H варьируется.

Используя исходные данные, определены значения приведенных модулей упругости, сдвига и плотности (представленные в Таблице 1) двадцатиэтажного здания, вычисленные по формулам, приведенным в [12-14]. Приводим численные результаты, полученные с использованием разработанной методики и алгоритма расчета двадцатиэтажного здания при продольных сейсмических воздействиях.

Высота и ширина здания принимаются равными $a = 30$ м, $b = 72$ м и $H = 18$ м, соответственно. Представим численные результаты напряжений, полученные при поперечных колебаниях 20-этажного здания при 9-балльном землетрясении.

Вычислены значения собственной частоты двадцатиэтажного здания, которая равна $p_0 = 0.905$ Гц, период основного тона колебаний $T_0 = 1/p_0 = 1.11$ с.

Расчеты выполнены при следующих значениях: частота внешнего воздействия $\nu_0 = 3.8$ Гц, период основного тона колебаний $T_0 = 1/\nu_0 = 0.263$ с. Амплитуда внешнего воздействия A_0 определяется в зависимости от балльности землетрясения.

На рис. 2 и 3 приведены графики, характеризующие изменения максимального нормального напряжения σ_{11} , σ_{12} , σ_{22} в середине первого этажа двадцатиэтажного здания от времени t при девятибалльных землетрясениях $k_c = 0.4$ и $\nu_0 = 3.8$.

Как установлено (2), в середине первого этажа здания максимальное значение нормального напряжения получилось равным $\sigma_{11} = 18.01$ МПа

На рис. 3 приведен график, характеризующий изменения максимального нормального напряжения σ_{22} в середине первого этажа двадцатиэтажного здания от времени t .

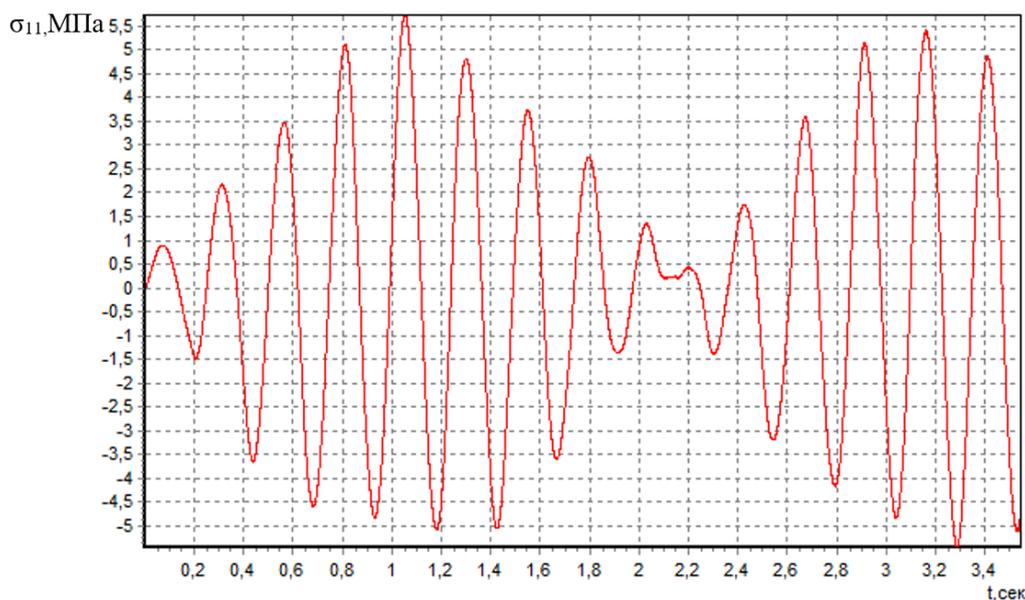


Рис. 2. График изменения нормального напряжения σ_{11} по времени в середине первого этажа двадцатипятиэтажного здания

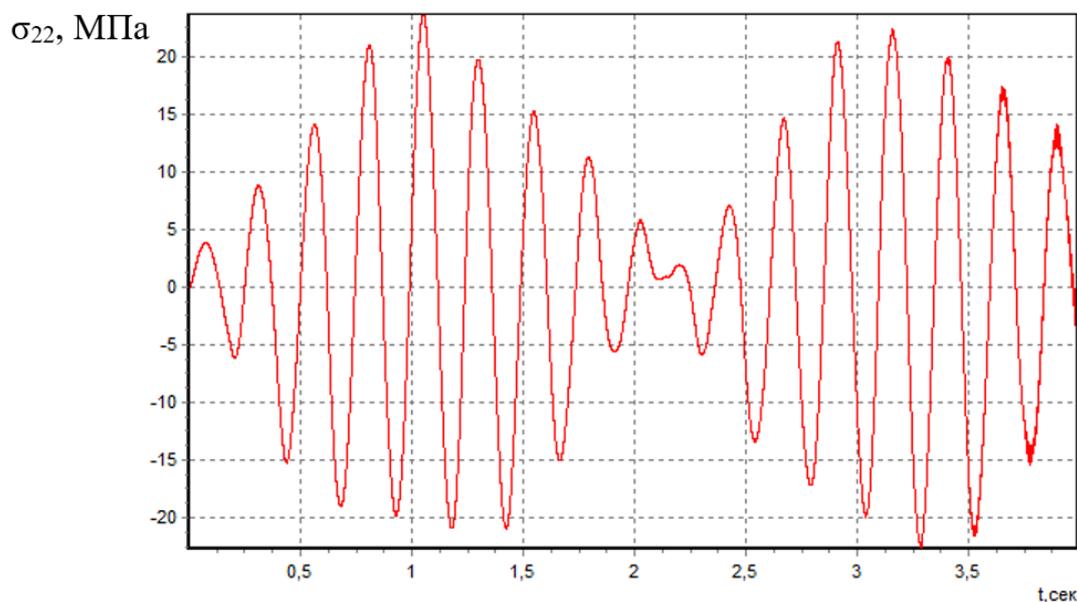


Рис. 3. График изменения нормального напряжения σ_{22} по времени в середине первого этажа двадцатипятиэтажного здания

Как установлено (рис. 3), в середине первого этажа здания максимальное значение нормального напряжения получилось равным $\sigma_{22}=25.01$ МПа.

В табл 2 приведены минимальные и максимальные значения напряжений, полученные при поперечных колебаниях 20-этажного здания. Высота и ширина здания принимаются равными $a=30$ м, $b=72$ м и $H=18$ м, соответственно. Отметим, что минимальные и максимальные значения касательного и нормального напряжений обнаружены при вынужденных поперечных колебаниях в середине и в четвертной части длины $a=30$ м рассматриваемого многоэтажного высотного здания.

Таблица 2

Значения первой собственной частоты, максимальных и минимальных напряжений 20-этажного крупнопанельного здания во время землетрясений силой 7-8-9 баллов.

№	H, м	k_s	$\nu_0, Гц$	$\rho_0, Гц$	$\sigma_{11}, МПа$		$\sigma_{22}, МПа$	
					min	max	min	max
1	18	0.1	3.8	0.905	-1.35	1.40	-5.30	5.5
2		0.2			-2.5	3.02	-11.2	11.9
3		0.4			-5.51	5.71	-24.9	25.1

Установлено, что максимальные значения нормальных напряжений σ_{11} и σ_{22} в середине нижней части двадцатиэтажного здания при семи-, восьми- и девяти балльных землетрясениях, равны:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= 1.40 \text{ МПа}, & \sigma_{11} &= 3.02 \text{ МПа}, & \sigma_{11} &= 5.71 \text{ МПа}, \\ \sigma_{22} &= 5.5 \text{ МПа}, & \sigma_{22} &= 11.9 \text{ МПа}, & \sigma_{22} &= 25.1 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Максимальные значения нормальных напряжений фундамента σ_{33} при семи-, восьми- и девяти балльных землетрясениях получились сжимающими (табл.2). При получении численных результатов для двадцатиэтажного здания количество делений на сетке по пространственным координатам принято $N=30$, $M=72$.

На основе анализа полученных численных результатов по пластинчатой континуальной пространственной модели многоэтажного здания на сейсмические воздействия в виде ускорения основания установлено, что значения перемещений и ускорений этажей здания могут увеличиваться от 10 до 20 раз при девятибалльном сейсмическом воздействии по сравнению с их значениями в основании.

Выводы и заключение. Таким образом, предложены континуальная модель, метод и алгоритм численного решения задачи сейсмостойкости, а также способы определения перемещений при продольных колебаниях многоэтажного здания. С увеличением высоты (этажности) значительно увеличиваются горизонтальные перемещения $\bar{\psi}_1$. На основе анализа численных результатов установлено, что пластинчатая модель пригодна для описания динамического поведения и расчета горизонтальных перемещений $\bar{\psi}_1$ многоэтажных зданий при сейсмических воздействиях.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] СНиП II-7-81* Строительство в сейсмических районах. Москва: Госстрой СССР, 1981, 129 с.
- [2] EN 1998-1:2004 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 1, General rules, seismic actions and rules for buildings. Brussels: CEN, 2004, 229 p.
- [3] Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А., Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения). М.: МГСУ, 2012, 192 с.
- [4] Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А., Анализ устойчивости здания при аварийных воздействиях // Наука и техника транспорта. 2002, №2, стр. 34-41.
- [5] Мкртычев О.В., Мясникова Е.С., Исследование реакции высотного здания на сейсмические воздействия // Строительная механика и расчет сооружений. 2009, №1, стр. 38-40.
- [6] Джинчвелашвили Г.А., Колесников А.В. Развитие спектральной теории в прикладных задачах теории сейсмостойкости // Сейсмостойкое строительство и безопасность сооружений. 2009, №3, стр. 21-24.
- [7] Джинчвелашвили Г.А., Колесников А.В. Расчет многоэтажных зданий по спектральной и спектрально-волновой теории сейсмостойкости // Экспериментальные исследования сейсмостойкости зданий и развитие теории сейсмостойкости. М.: НИЦ «Строительство», 2009, стр. 218-233.
- [8] Бирбраер А.Н., Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб.: Наука, 1998, 255 с.
- [9] Abaev Z.K., Kodzaev M.Y., Bigulaev A.A. Earthquake resistance analysis of structural systems of multi-storey civil buildings // Journal of Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2020, Vol. 16, No. 1, pp. 76–82.
- [10] Ушаков О.Ю., Алехин В.Н., Метод расчета зданий и сооружений с учетом пространственного характера сейсмического воздействия // Журнал «Строительные науки». 2014, № 1, стр. 77-81.
- [11] Белаи Т.А., Зенченко Д.В., Сейсмостойкие конструкции крупнопанельных зданий // Строительные науки. 2019, Т.14, № 3, стр. 130-137.
- [12] Mamataev G.I., Shamsiev D.K., Askarkhodjaev Sh.I., Kurbanbaev M.Sh., Yarashov J.A. To the solution of the problem of longitudinal vibrations of multi-storey buildings on the basis of the plate model // E3S Web of Conferences. 2023, Vol. 402, P. 07018.
- [13] Mirsaidov M., Usarov M. Bimoment theory construction to assess the stress state of thick orthotropic plates // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2020, Vol. 614, P. 012009.
- [14] Usarov, M.K., Usarov, D.M., Isaev, G.U., Kurbanbaev, M.Sh., Yuldoshev, B. Estimation of seismic resistance of multi-story buildings in the framework of the bimoment theory using the plate model // E3S Web of Conferences. 2023, Vol. 402, P. 07017.

Дата поступления
24.10.2025

Usarov M.K., Usanov F.A., Shamsiyev D.K. Kontinual plastinali fazoviy model asosida fazoviy poydevorga ega ko'p qavatli binoning bo'ylama tebranishlari

Annotatsiya. Ushbu maqolada bimomentli plastinalar nazariyasiga asoslangan kontinual fazoviy plastinasimon model yordamida fazoviy poydevorga ega ko'p qavatli binoning bo'ylama tebranishlariga oid dinamik masalaning sonli yechimi keltirilgan. Tadqiqotda bino va fundamentning bo'ylama tebranishlarining asosiy tenglamalari, chegaraviy va kontakt shartlari bayon qilingan. Hisoblash natijasida turli geometrik parametrlar uchun ko'p qavatli binolarning bo'ylama tebranishlari vaqtida ko'chishlarning sonli qiymatlari aniqlangan.

Kalit so'zlar: ko'p qavatli bino, bimoment nazariya, plastinka modeli, seysmik yuk, bo'ylama tebranishlar, fazoviy poydevor, kuchlanish, ko'chish, tezlanish, harakat tenglamasi, chegara shartlari, kontakt shartlar.

M.K. Usarov, F.A. Usanov, D.K. Shamsiev. Longitudinal oscillations of a multi-story building with a spatial foundation based on a spatial continual plate model.

Abstract. The article presents a numerical solution to the dynamic problem of longitudinal oscillations of a multi-story building with a spatial foundation based on a spatial continuous plate model developed using the bimoment theory of plates. The main equations of longitudinal oscillations, boundary and contact conditions of the building are given. Numerical results of displacement calculations during longitudinal oscillations of multi-story buildings for various options of geometric dimensions are obtained.

Keywords: Multi-storey building, bimoment theory, plate model, seismic load, longitudinal vibrations, spatial foundation, stresses, displacement, acceleration, equation of motion, boundary conditions, contact conditions.

УДК 691.328.43

ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА

Сирожиддинов З., Гуломов Х.А.

*Самаркандский государственный архитектурно-строительный университет, Самарканд, Узбекистан
E-mail: hamida1979305@gmail.com*

Аннотация. В статье рассмотрены основные требования, связанные с обеспечением достоверности результатов, полученных в процессе испытаний образцов мелкозернистого бетона, модифицированного минеральными и химическими добавками. При статистическо-вероятностной оценке результатов испытаний были определены доверительные интервалы, стандартное отклонение и коэффициент вариации. Приведены алгоритмы расчета с использованием результатов подготовленных эталонных образцов, определены вероятностные значения, выбор коэффициентов надежности и их аспекты, связанные с нормативными показателями.

Ключевые слова: кубиковая прочность бетона, состав бетона, статистическая оценка, доверительные интервалы, стандартное отклонение, коэффициент вариации, вероятностное значение, эталон, нормативные показатели.

Введение. Строительная отрасль в Узбекистане стремительно развивается. Бетон остается основным строительным материалом при возведении новых жилых комплексов, промышленных объектов, гидротехнических сооружений, дорожно-инфраструктурных сооружений, метрополитена и мостов. В то же время, поскольку страна расположена в сейсмически активной зоне, прочность и надежность бетона должны соответствовать более высоким требованиям. Прочность бетона в сооружениях с повышенным уровнем ответственности, таких как гидротехнические сооружения, стадионы, многоэтажные жилые здания, школы, больницы, аэропорты напрямую связана с безопасностью этих объектов.

При оценке бетона изучаются его различные физико-механические свойства, наиболее важным из которых является его прочность. Точнее, при оценке производимого бетона в качестве основного критерия берется его кубиковая прочность [8].

Одной из актуальных проблем строительной практики является обеспечение требуемого уровня надёжности бетона в зависимости от категории ответственности проектируемого здания или сооружения. При этом исходной информацией служит кубиковая (или призмная) прочность бетона, которая играет ключевую роль в дальнейших расчётах и прогнозах эксплуатационных характеристик. Поэтому актуальной задачей является оценка кубической прочности бетона не только на основе стандарта, но и исходя из назначения и степени ответственности строящегося сооружения.

Современный уровень технологии производства бетонных конструкций, в том числе сборных и монолитных, позволяет значительно повысить качество и надежность выпускаемой продукции. В качестве примера таких случаев можно привести процесс назначения расчетных параметров бетона при расчетах железобетонных конструкций. На практике встречаются случаи применения единого коэффициента надежности без учета однородности, типа и степени прочности бетона, что влияет на точность результатов расчетов и надежность конструкций. Теория надежности важна для обеспечения безопасности в строительстве, оптимизации веса конструкции и достижения ресурсосбережения.

Теория расчёта надёжности конструкций играет ключевую роль в научном обосновании требований безопасности в строительстве и определении нормативных показателей. С учётом случайного характера нагрузок, действующих на строительные конструкции, вероятностно-статистические методы позволяют объективно оценить их прочность и устойчивость [1].

Методология. Испытания образцов мелкозернистого бетона, модифицированного минеральными и химическими добавками, проводились в аккредитованных строительных лабораториях ООО «Региональный испытательный центр» (г. Самарканд). Для испытаний использовались сертифицированное оборудование и средства измерений, прошедшие государственную поверку. Обработка результатов осуществлялась с применением общепринятых вероятностно-статистических методов.

Основная часть. В нормативных документах класс бетона используется в качестве основного параметра при определении расчетного сопротивления бетона по предельным состояниям. Определение класса бетона по результатам испытаний образцов-кубов является вероятностным и статистически обоснованным, и считается самым простым методом, применяемым при испытаниях бетона. В то же время, напряженное состояние, полученное по результатам испытаний стандартных кубических образцов, не полностью соответствует напряженным состояниям, возникающим в реальных конструкциях. Состояние бетона в сжатой зоне железобетонных элементов ближе к результатам испытаний, полученным на призматических образцах, что позволяет достичь более точных и надежных результатов.

В соответствии с требованиями ГОСТ 10180–2012 при оценке прочности образцов бетона используется доверительная вероятность 0.95. Принятый в стандарте уровень надёжности является статистически достаточным. Однако на практике, учитывая различия в уровне ответственности зданий и сооружений, данный показатель не всегда обеспечивает гарантированный результат.

Так, для объектов повышенной значимости (школы, больницы, многоэтажные жилые дома и др.) требуется более высокий уровень надёжности по сравнению с минимально допустимой прочностью. Следовательно, хотя ГОСТ 10180–2012 устанавливает единое значение доверительной вероятности (0.95), его нельзя рассматривать как универсальный и достаточный для всех типов зданий. В стандарте не учитывается степень ответственности зданий и сооружений, которая в современном строительстве определяется исходя из конструктивных решений и нормативно закреплённых критериев безопасности.

С этой точки зрения, в анализе и исследовании необходимо учитывать не только требования ГОСТ 10180-2012, но и степень ответственности зданий и сооружений. Это достигается с использованием теории надежности, опирающейся на вероятностно-статистический анализ прогноза.

Для того, чтобы создать возможность анализа закономерностей изменения прочности бетонных кубов на сжатие R , необходимо сначала обработать полученные эмпирические данные в установленном порядке. Этот процесс подразумевает приведение данных в форму, удобную для систематизации, группировки и визуального анализа. Такая обработка целесообразна только в том случае, если учитываются основные факторы (признаки), влияющие на формирование значений R .

В результате группировки формируются ряды распределения и таблицы, отражающие значения прочности бетонных образцов на сжатие. Такая структуризация позволяет получить краткую, но информативную характеристику общих свойств бетона и изменчивости показателей прочности.

При анализе особое значение имеет представительность выборки в каждой группе, которая во многом определяется однородностью образцов. Если значения прочности на сжатие R внутри группы обладают высокой степенью однородности (т.е. характеризуются малой дисперсией), то количество необходимых испытаний может быть уменьшено без потери достоверности результатов.

Для подтверждения представительности выборки, на основе теоремы больших чисел была построена номограмма, отражающая функциональную зависимость между числом испытаний n и коэффициентом вариации V [1]. С помощью графика на рис. 1 можно оценить достаточный уровень надёжности выборки [6].

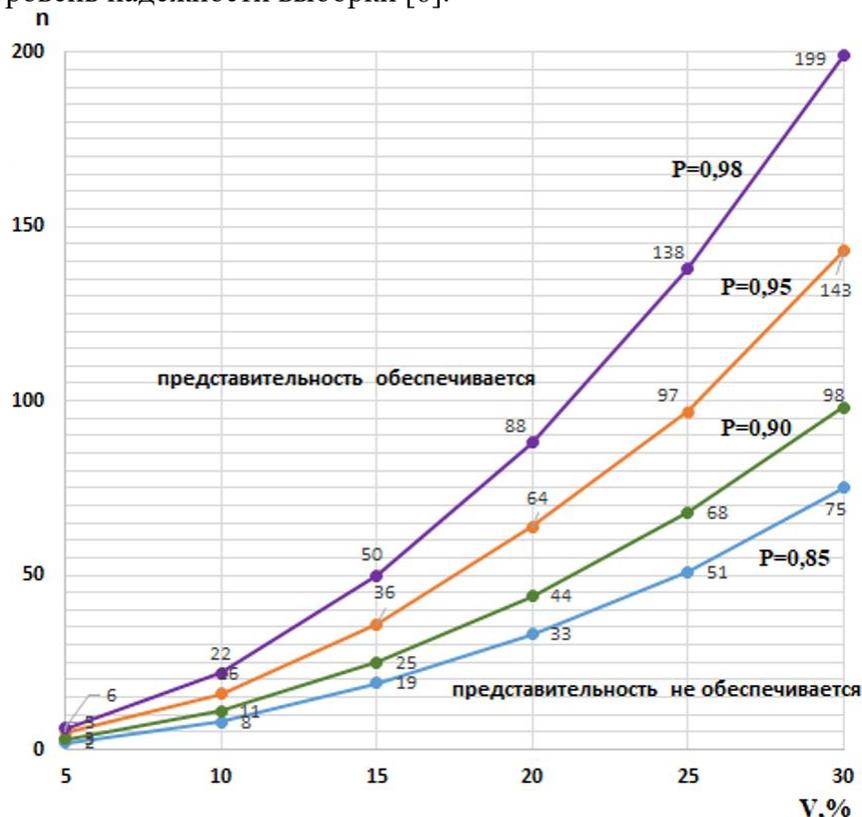


Рис. 1. График зависимости минимального числа испытаний от коэффициента вариации V по номограмме больших чисел при различных доверительных вероятностях и уровне значимости $P_\alpha=0.05$ (показатель точности)

Исходя из вышеизложенного, прочность бетонных кубов при сжатии R рассматривается как случайная величина. Для определения её нормативных и расчётных значений необходимо проанализировать статистические закономерности и решить следующие основные задачи:

- выявить основные факторы, влияющие на изменчивость значений прочности R ;
- выполнить группировку и табулирование значений прочности бетонных кубов с учётом выявленных факторов (признаков);
- установить пределы изменения прочностных характеристик и на основе полученных выборочных данных, обеспечить достаточную представительность каждой группы;
- оценить значимость ожидаемых факторов, то есть степень их влияния, с применением дисперсионного анализа.

Реализация этих задач позволяет определить нормативные и расчетные значения прочности бетонных кубов на сжатие R и представляет собой завершающий этап надежной обработки результатов.

Из бетонной смеси изготавливали кубики размером 10x10x10 см, по 6 кубиков из бетона одинакового состава. Стандартные бетонные кубы испытывали на сжатие под прессом, после 28 суток выдержки в нормальных условиях методом разрушения. Тщательно изучен каждый компонент, входящий в состав бетона с целью улучшения тех или иных свойств бетона, главным образом его прочности. Состав бетона установлен на основании многочисленных пробных испытаний кубиковой прочности бетонов. Количество исследованных составов представлено в табл. 1.

Таблица 1

Состав бетона									
Состав	Цемент, кг	Вода	Мелкий заполнитель 2.5 мм, кг	Крупный заполнитель 5-10 мм, кг	Микрокремнезём M_k , кг	Зола, кг	СП-1 Суперпласт, кг	Базальтовое волокно, кг	Суммарная масса, q , кг
Контрольный состав	594 24%	220 9%	648.9 27%	960 40%	-	-	-	-	2392.9 100%
состав 2	505 21%	220 9%	648.9 27%	960 40%	89 3%	-	-	-	2407 100%
состав 3	534.6 22%	220 9%	648.9 27%	960 40%	-	59.4 2%	-	-	2407 100%
состав 4	594 24%	220 9%	648.9 27%	960 40%	-	-	-	4.75 0.8%	2412 100%
состав 5	505 21%	185 7%	648.9 27%	960 40%	89 3%	-	3.3 1.2%	4.75 0.8%	2399.97 100%

Прочность на сжатие бетонных кубов класса В60 оценивается на предмет наличия или отсутствия случайной ошибки посредством выполнения или невыполнения следующего неравенства [3]:

$$\Delta_{max} \leq vS_{dis}, \quad (1)$$

где Δ_{max} – разность между наибольшим и наименьшим значениями прочности на сжатие бетонных кубов;

v – статистический показатель, принимаемый по табл. 1 в зависимости от числа испытаний [3];

S_{dis} – значение среднеквадратического отклонения, определяемое следующим образом:

$$S_{dis} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{A} - A_i)^2}{n-1}}, \quad (2)$$

где \bar{A} – среднее арифметическое значение прочности на сжатие бетонных кубов, определенное экспериментально; A_i – соответствующее частное значение; N – количество испытаний.

Следует отметить, что независимо от того, какой знак выбран в формуле (2) (то есть в какую сторону отклоняется двусторонний доверительный предел), этот выбор в зависимости от увеличения или уменьшения показателя прочности на сжатие бетонных кубов влияет на улучшение или ухудшение условий работы зданий и сооружений.

Нормативные значения (A_n) физических или механических показателей, определяемых в ходе какого-либо эксперимента, представляют собой их средние статистические величины (при обеспечении достаточной представительности числа испытаний n), то есть [6]:

$$A_n = \frac{\sum_{i=0}^n A_i}{n}. \quad (3)$$

Расчётные показатели:

$$A_p = \frac{A_n}{\gamma}; \quad (4)$$

где γ – коэффициент надежности, принимаемый в зависимости от показателя точности для двустороннего доверительного предела, определяется следующим образом:

$$\gamma = \frac{1}{1 \pm \delta_A}. \quad (5)$$

Показатель точности, обозначаемый как δ_A :

$$\delta_A = \frac{t_\alpha V_A}{\sqrt{n}}, \quad (6)$$

где t_α – критерий Стьюдента, значения которого в зависимости от числа проведённых экспериментов и принятой доверительной вероятности табулированы Стьюдентом–Фишером [6];

V_A – коэффициент вариации, представляющий собой отношение среднеквадратического отклонения показателя к его нормативному значению, то есть:

$$V_A = \frac{S_{dis}}{A_n}. \quad (7)$$

Среднеквадратическое отклонение показателя S_{dis} определяется на основании выражения (2).

Для определения статистических значений рассмотрим прочность на сжатие бетонных кубов класса В60 состава 1 (контрольный состав). Для этого приведём результаты в форме табл. 2.

Таблица 2

Таблица статистических показателей прочности на сжатие бетонных кубов класса В60 (состав 1)

№	Результаты испытаний R , МПа	Среднеквадратическое отклонение $\Delta = \bar{R} - R_i$	$\Delta^2 = (\bar{R} - R_i)^2$
1.	57.49	0.381667	0.145669
2.	57.67	0.201667	0.040669
3.	57.39	0.481667	0.232003
4.	57.11	0.761667	0.580136
5.	57.37	0.501667	0.251669
6.	60.2	-2.32833	5.421136
	$\Sigma 347.22$		$\Sigma 6.6712$

Определим наличие грубой погрешности между значениями прочности на сжатие R , полученными в результате 6 испытаний, проведенных на (контрольных) бетонных кубах.

Среднее арифметическое значение прочности бетонных кубов на сжатие R_A :

$$R = \frac{\sum_{i=0}^n R_i}{n} = \frac{347.22}{6} = 57.87 \text{ МПа}$$

Среднеквадратическое отклонение показателя прочности бетонных кубов на сжатие согласно выражению (2):

$$S_{dis} = \sqrt{\frac{6.6712}{6-1}} = 1.1551.$$

При количестве экспериментов 6 согласно [3], статистический показатель составляет $v = 2.07$. Тогда согласно выражению (1):

$$v S_{dis} = 2.07 \cdot 1.054 = 2.39 \approx 2.4.$$

Из табл. 2 видно, что наибольшее значение прочности бетонных кубов на сжатие R равно $R_{max} = 60.2$. Тогда,

$$\Delta'_{max} = |57.87 - 60.2| = 2.33 < v S_{dis} = 2.4.$$

Меньшее значение равно $R_{min} = 57,11$. Следовательно,

$$\Delta'_{min} = |57.87 - 57.11| = 0.76 < vS_{dis} = 2.4.$$

То есть, в табл.2 нет грубой ошибки между прочностью бетонных кубов на сжатие R. Используя табл. 2, определяем средние значения нормативных и расчетных показателей прочности бетонных кубов на сжатие R:

Согласно выражению (7), соответствующий коэффициент вариации равен:

$$V_R = \frac{1.1551}{57.87} = 0.01996.$$

Если для коэффициента вариации $V=0.01996$ и числа испытаний, равного 6, оценить представительность выборки по графику, построенному на основе номограммы (рис. 1), составленной в соответствии с теоремой больших чисел, то выборка считается репрезентативной. Следовательно, результаты проведенных 6 испытаний являются достаточными для данного анализа.

При доверительном интервале $\alpha=0.85$ критерий Стьюдента-Фишера составляет $t_\alpha=1.16$. Определим показатели точности [4].

$$P_\alpha = \frac{1.16 \cdot 0.01996}{\sqrt{6}} = 0.009452.$$

Определим коэффициент надежности для прочности бетонных кубов на сжатие:

$$\gamma_R = \frac{1}{1 - 0.00945} \approx 1.01.$$

Расчетное значение:

$$R_p = \frac{57.87}{1.01} = 57.325 \text{ МПа.}$$

При доверительном интервале $\alpha=0.90$ критерий Стьюдента-Фишера составляет $t_\alpha=1.48$ и показатель точности прочности на сжатие бетонных кубов следующий:

$$P_\alpha = \frac{1.48 \cdot 0.01996}{\sqrt{6}} \approx 0.01206.$$

Определим коэффициент надежности по нижней границе: $\gamma_R = \frac{1}{1 - 0.01206} \approx 1.0122.$

Расчетное значение: $R_p = \frac{57.87}{1.0122} = 57.17 \text{ МПа.}$

При доверительном интервале $\alpha=0.95$ критерий Стьюдента-Фишера составляет $t_\alpha=2.01$ и показатель точности прочности на сжатие бетонных кубов следующий:

$$P_\alpha = \frac{2.01 \cdot 0.01996}{\sqrt{6}} \approx 0.0164.$$

Определим коэффициент надежности по нижней границе:

$$\gamma_R = \frac{1}{1 - 0.0163} \approx 1.0167.$$

Расчетное значение: $R_p = \frac{57.87}{1.0167} = 56.92 \text{ МПа.}$

При доверительном интервале $\alpha=0.98$ критерий Стьюдента-Фишера составляет $t_\alpha=2.74$ и показатель точности прочности на сжатие бетонных кубов следующий:

$$P_\alpha = \frac{2.74 \cdot 0.01996}{\sqrt{6}} \approx 0.0223.$$

Определим коэффициент надежности по нижней границе: $\gamma_R = \frac{1}{1 - 0.0223} \approx 1.023.$

Расчетное значение:

$$R_p = \frac{57.87}{1.023} = 56.58 \text{ МПа} .$$

Приведём результаты вероятностно-статистического анализа в форме табл. 3. Рассмотрим прочность на сжатие бетонных кубов состава 5 класса В60 – R.

Таблица 3

Таблица статистических показателей прочности на сжатие бетонных кубов класса В60 (состав 5)

№	Результаты испытаний $R, \text{ МПа}$	Среднеквадратическое отклонение $\Delta = \bar{R} - R_i$	$\Delta^2 = (\bar{R} - R_i)^2$
1.	60.5	2.45	6.0025
2.	60.6	2.35	5.5225
3.	64.1	-1.15	1.3225
4.	65.55	-2.6	6.76
5.	65.25	-2.3	5.29
6.	61.7	1.25	1.5625
	$\Sigma 377.7$		$\Sigma 26.46$

На основе шести испытаний бетонных кубов основного состава (состав №5) проведена проверка результатов на наличие грубой ошибки в значениях прочности на сжатие R. Среднее арифметическое значение прочности на сжатие бетонных кубов R:

$$R_n = \frac{\sum_{i=0}^n R_i}{n} = \frac{377.7}{6} = 62.95 \text{ МПа} .$$

Среднеквадратическое отклонение показателя прочности на сжатие бетонных кубов:

$$S_{dis} = \sqrt{\frac{26.46}{6-1}} = 2.3 .$$

При числе испытаний, равном 6, согласно источнику [4], статистический показатель составляет $\nu=2.07$. Тогда:

$$\nu S_{dis} = 2.07 \cdot 2.3 = 4.76 .$$

Согласно данным табл. 2, максимальное значение прочности на сжатие бетонных кубов равно $R_{max}=65.55$.

Следовательно:

$$\Delta'_{max} = |62.95 - 65.55| = 2.6 < \nu S_{dis} = 4.76 .$$

Минимальное значение прочности составляет $R_{min}=60.5$ МПа.

Таким образом: $\Delta'_{min} = |62.95 - 60.5| = 2.45 < \nu S_{dis} = 4.76$.

Следовательно, среди значений прочности на сжатие бетонных кубов R, приведённых в табл.3, грубой ошибки не обнаружено.

Используя данные табл. 3, определим нормативное и расчётное значения средней прочности на сжатие бетонных кубов R:

Коэффициент вариации, согласно выражению (7), равен: $V_R = \frac{2.3}{62.95} = 0.037$.

При коэффициенте вариации $V=0.037$ и числе испытаний $n=6$ согласно номограмме (рис. 1), построенной на основе теоремы больших чисел, выборка удовлетворяет требованию представительности. Таким образом, проведённые шесть испытаний обеспечивают достаточную статистическую основу для дальнейшего анализа.

При доверительной вероятности $\alpha=0.85$ критическое значение критерия Стьюдента–Фишера составляет $t_\alpha=1.16$. На этой основе производится определение показателей точности, полученных экспериментальных данных [5]:

$$P_\alpha = \frac{1.16 \cdot 0.037}{\sqrt{6}} = 0.0173 .$$

Определим коэффициент надёжности для прочности бетонных кубов при сжатии:

$$\gamma_R = \frac{1}{1-0.0173} \approx 1.018.$$

Расчётное значение: $R_n = \frac{62.95}{1.018} = 61.86$ МПа .

При доверительном интервале $\alpha=0.90$ критерий Стьюдента-Фишера составляет $t_\alpha=1.48$ и показатель точности прочности на сжатие бетонных кубов следующий:

$$P_\alpha = \frac{1.48 \cdot 0.037}{\sqrt{6}} \approx 0.022.$$

Определим коэффициент надёжности для прочности бетонных кубов при сжатии:

$$\gamma_R = \frac{1}{1-0.022} \approx 1.023.$$

Расчётное значение: $R_n = \frac{62.95}{1.023} = 61.56$ МПа .

При доверительном интервале $\alpha=0.95$ критерий Стьюдента-Фишера составляет $t_\alpha=2.01$ и показатель точности прочности на сжатие бетонных кубов следующий:

$$P_\alpha = \frac{2.01 \cdot 0.037}{\sqrt{6}} \approx 0.03.$$

Определим коэффициент надёжности для прочности бетонных кубов при сжатии:

$$\gamma_R = \frac{1}{1-0.03} \approx 1.031.$$

Расчётное значение: $R_n = \frac{62.95}{1.031} = 61.06$ МПа .

При доверительном интервале $\alpha=0.98$ критерий Стьюдента-Фишера составляет $t_\alpha=2.74$ и показатель точности прочности на сжатие бетонных кубов следующий:

$$P_\alpha = \frac{2.74 \cdot 0.0037}{\sqrt{6}} \approx 0.041.$$

Определим коэффициент надёжности для прочности бетонных кубов при сжатии:

$$\gamma_R = \frac{1}{1-0.041} \approx 1.043.$$

Расчётное значение: $R_n = \frac{62.95}{1.043} = 60.38$ МПа .

Сводные результаты вероятностно-статистического анализа представлены в табл. 4. Для других составов бетона аналогичные результаты приведены в табл. 5 и 6.

Таблица 4

Таблица результатов вероятностно-статистического анализа состава № 2

№	Результаты испытаний R_i , МПа	Средн. арифм. значение R_c	Сред. арифм. отклонения Δ	Сред. квад. Δ^2	Сред. квад. отклонение (S_{dis})	Коэф. вариации V	Доверительные границы	Показатели точности P_α	Коэф. надёж. γ	Расчёт. значения R_p
1	58.55	56.806	-1.7433	3.03921	1.627	0.0286	$\alpha=0.85$	0.014857	1.01508	55.96269
2	56.51		0.2966	0.08801			$\alpha=0.90$	0.018956	1.01932	55.72986
3	58.47		-1.663	2.76667			$\alpha=0.95$	0.023501	1.02406	55.47167
4	57.4		-0.593	0.35204			$\alpha=0.98$	0.032036	1.03309	54.98682
5	54.71		2.096	4.39601						
6	55.2		1.6067	2.592						

Доверительные пределы, приведённые в табл. 3, 4, 5, устанавливаются в соответствии со степенью ответственности проектируемых зданий и сооружений [5]. Для установления степени ответственности зданий и сооружений с учётом требуемого уровня надёжности рекомендуется использовать предложение 3. Сирожиддинова [9].

Таблица 5

Таблица результатов вероятностно-статистического анализа состава № 3

№	Результаты испытаний R_i , МПа	Средн. арифм. значение R_c	Среднее арифм. отклонения Δ	Сред. квад. Δ^2	Сред. квад. отклонение (S_{dis})	Коэф. вариации V	Доверительные границы	Показатели точности P_a	Коэф. надёж. γ	Расчёт. значения R_p
1	49.85	49.931	0.081667	0.00666	1.5245	0.0305	$\alpha=0.85$	0.01446	1.01467	49.20971
2	48.56		1.371667	1.88147			$\alpha=0.90$	0.01845	1.01879	49.01055
3	50.93		-0.99833	0.99667			$\alpha=0.95$	0.02505	1.02569	48.68068
4	47.71		2.221667	4.93580			$\alpha=0.98$	0.03415	1.03536	48.22635
5	50.94		-1.00833	1.01673						
6	51.6		-1.6683	2.7833						

Таблица 6

Таблица результатов вероятностно-статистического анализа состава № 4

№	Результаты испытаний R_i , МПа	Средн. арифм. значение R_c	Среднее арифм. отклонения Δ	Сред. квад. Δ^2	Сред. квад. отклонение (S_{dis})	Коэф. вариации V	Доверительные границы	Показатели точности P_a	Коэф. надёж. γ	Расчёт. значения R_p
1	57.79	57.067	-0.72333	0.52321	0.8137	0.0143	$\alpha=0.85$	0.006753	1.00679	56.68129
2	57.7		-0.63333	0.40111			$\alpha=0.90$	0.008616	1.00869	56.57498
3	56.82		0.246667	0.06084			$\alpha=0.95$	0.011701	1.01184	56.3989
4	55.77		1.296667	1.68134			$\alpha=0.98$	0.015951	1.01621	56.15638
5	57.72		-0.65333	0.42684						
6	56.6		0.46667	0.21778						

Следует особо отметить, что в строительной практике при изготовлении бетона для монолитных конструкций и конструкций заводского изготовления его физико-механические показатели могут существенно отличаться от лабораторных значений. Это связано с невозможностью полного учёта влияния случайных факторов, таких как транспортировка, уплотнение, температурно-влажностные условия и др. Указанные факторы могут быть учтены лишь на основе систематических наблюдений, сбора статистической информации и её вероятностно-статистической обработки.

Вывод. Техническое состояние оборудования, используемого в процессе испытаний, представительность образцов, условия их приготовления и хранения, а также человеческий фактор в ходе испытаний могут приводить к различным систематическим и случайным ошибкам в результатах. Поэтому для обеспечения достоверности испытаний бетонных образцов необходимо на каждом этапе применять контрольные мероприятия на основе научного подхода. Это, в свою очередь, способствует обоснованности технических решений, принимаемых в процессе производства и проектирования.

В связи с этим, проведение экспериментальных исследований образцов бетона на каждом этапе требует научно обоснованной подготовки и организации контрольных процедур. Это обеспечивает возможность принятия обоснованных решений при выполнении проектных и строительных работ.

Применение методов теории надёжности и математической статистики (средние значения, стандартное отклонение, дисперсия, доверительные границы и др.) позволяет повысить достоверность результатов испытаний. Водно-цементное отношение, содержание волокон, гранулометрический состав заполнителей и другие параметры, влияющие на конечные характеристики бетона, рассматриваются как случайные величины. Степень их влияния может быть оценена методами теории вероятностей и математической статистики, что даёт возможность количественно определить вероятность воздействия каждого фактора.

Таким образом, использование вероятностного подхода позволяет обеспечить достоверность результатов экспериментальных исследований, а также гарантировать требуемый уровень прочности, устойчивости и надёжности бетонных и железобетонных конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ржаницын А.Р. Теория расчёта строительных конструкций на надёжность. М.: Стройиздат, 1978, 239 с.

- [2] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. 6-е изд. М.: Юрайт, 2016, 480 с.
- [3] Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и её инженерные приложения. 4-е изд., стер. М.: Высшая школа, 2007, 491 с.
- [4] Александрова О.В., и др. Статистические методы решения технологических задач. М.: Издательство МИСИ-МГСУ, 2015, 160 с.
- [5] Громыко Г.Л. Теория статистики: практикум. 2-е изд., доп. и перераб. М.: ИНФРА-М, 2001, 352 с.
- [6] Ермолаев Н.Н., Михеев В.В. Надёжность оснований сооружений. Л.: Стройиздат, 1976, 152 с.
- [7] ГОСТ 10180–2012. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. М.: Стандартинформ, 2012, 31 с.
- [8] Ўз ДСт. 779:2023. Бетонлар. Назорат намунаси бўйича мустаҳкамликни аниқлаш усуллари. Тошкент: Ўзбекистон давлат стандарти, 2023, 18 с.
- [9] Сирожиддинов З.С. Расчёт и проектирование свайных фундаментов на основе теории надёжности: Дисс. на соискание уч. степ. д.т.н. Москва, МГСУ. 1993. 352 с.

Дата поступления
10.09.2025

Sirojiddinov Z., Gulomova X.A. Beton mustahkamligi sinovlari natijalarining ehtimollik-statistik tahlili
Annottatsiya. Maqolada mineral va kimyoviy qo'shimchalar bilan modifikatsiya qilingan mayda donador beton namunalari sinovdan o'tkazish jarayonida olingan natijalarining vakolatligini ta'minlanishi bilan bog'liq asosiy talablari ko'rib chiqildi. Sinov natijalarini statistik baholashda ishonch intervallari, standart og'ish va variatsiya koeffitsientini aniqlandi. Tayyorlangan namuna etalonlar orqali hisoblash algoritmlari, ehtimoliy qiymatlarni aniqlash, ishonchlik koeffitsientlarini tanlash va ularning normativ me'yorlar bilan bog'liq jihatlari yoritilgan.

Kalit so'zlari: betonning kubik mustahkamligi, beton tarkibi, statistik baholash, ishonch intervallari, standart og'ish, variatsiya koeffitsienti, ehtimoliy qiymat, etalon, kafolatli, normativ me'yorlar

Sirojiddinov Z., Gulomova Kh.A. Probabilistic-statistical analysis of concrete strength test results

Abstract. This paper discusses the key factors that ensure the reliability of results from tests on fine-grained concrete specimens modified with mineral and chemical additives. Within the framework of statistical-probabilistic analysis, confidence intervals, standard deviation, and the coefficient of variation were determined. The study highlights calculation algorithms based on reference specimens, the determination of probabilistic values, the selection of reliability factors, and their relation to regulatory requirements.

Keywords: cube strength of concrete, concrete composition, statistical evaluation, confidence intervals, standard deviation, coefficient of variation, probabilistic value, reference specimen, guaranteed value, regulatory indicators.

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОДОЛЬНО-РАДИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, НЕСТАЦИОНАРНО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ВНУТРЕННЕЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

¹Мамасолиев К., ^{1,2}Исмоилов Э.А.

¹Самаркандский государственный архитектурно-строительный университет имени Мирзо Улугбека, Самарканд, Узбекистан.

²Самаркандский государственный университет имени Шарафа Рашидова, Самарканд, Узбекистан.
E-mail: q-mamasoliev@mail.ru, eismoilov.samsu@gmail.com

Аннотация. В данной работе математически моделируются продольно-радиальные колебания трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью. Взаимодействие между оболочкой и жидкостью рассматривается на основе уточненных уравнений движения. Для решения уравнений используются преобразования Фурье и Лапласа, граничные и контактные условия, а также метод конечных разностей. На основе практической задачи построены графики перемещений и показано их соответствие физической сущности. Результаты исследования имеют большое значение для проектирования и оптимизации промышленных конструкций.

Ключевые слова: трансверсально-изотропная цилиндрическая оболочка, вязкая жидкость, продольно-радиальные колебания, анализ смещений, граничные условия, условия контакта.

Введение. Упругие колебания цилиндрических оболочек и их взаимодействие с внутренними жидкостями играют важную роль в нефте- и газопроводах, реактивных двигателях и подводных сооружениях. Часто эти процессы изучаются в идеальных условиях, и сложные взаимодействия с жидкостью не учитываются в полной мере. Поэтому для определения продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек необходимы усовершенствованные математические модели. В данной работе вместо традиционных гипотез были выведены уравнения продольно-радиальных колебаний обо-

лочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью, на основе уточненных уравнений. Были определены граничные условия между жидкостью и оболочкой, а для общего решения использовались преобразования Фурье и Лапласа. Решая полученную систему уравнений, были получены интегро-дифференциальные уравнения для основных частей средних смещений поверхности и определены их решения. Результаты исследования способствуют более глубокому пониманию динамических свойств цилиндрических оболочек, взаимодействующих с внутренними жидкостями, и оптимизации промышленных систем.

Научные исследования, проведенные в области моделирования продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек при их взаимодействии с внутренней вязкой жидкостью, составляют теоретическую основу данной работы.

В последние годы научное значение приобрело моделирование продольно-радиальных колебаний, возникающих в результате взаимодействия трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек с внутренней вязкой жидкостью. В [1] разработаны первые модели, описывающие распространение продольных и поперечных волн в оболочках. На основе работы [2] теоретически изучено распространение звуковых волн внутри цилиндрической оболочки. Продольные колебания в круглой цилиндрической оболочке, заполненной внутренней вязкой жидкостью [3], возбуждались продольным моментом, и предполагалось, что оболочка или поверхность не подвергаются внешним нагрузкам.

Были созданы точные трехмерные математические модели [4, 5], учитывающие взаимодействие жидкости и оболочки, и найдены решения на основе классических и усовершенствованных приближенных уравнений колебаний. В этих работах нестационарные продольно-радиальные крутильные колебания трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью, выражены с помощью интегральных операторов Больцмана-Вольтерра. Представлены уравнения движения слоя и жидкости в цилиндрических координатах и условия контакта [6, 7, 8]. Также рассмотрены торсионные колебания и граничные условия в трансверсально-изотропных цилиндрических оболочках, взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью [10, 11], которые связаны с настоящей работой и укрепляют теоретические основы.

Эти исследования являются важной научной и практической основой для определения уравнений продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек, взаимодействующих с внутренней жидкостью.

Постановка задачи. Пусть l будет длиной, r_2 внешним радиусом, r_1 внутренним радиусом и $h = r_2 - r_1$ толщиной исследуемой цилиндрической оболочки (рис. 1). Рассмотрим задачу о взаимодействии нестационарной цилиндрической оболочки с внутренней вязкой жидкостью. Для задачи о трансверсально-радиальных колебаниях цилиндрической оболочки получаем компоненты вектора перемещения U_r и U_z :

$$U_r = U_r(r, z), \quad U_z = U_z(r, z). \quad (1)$$

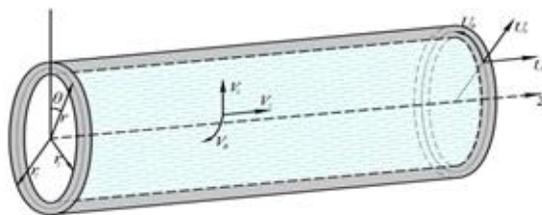


Рис.1. Цилиндрическая оболочка

Соотношения Коши в цилиндрической системе координат имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial U_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{U_r}{r}; \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r} \right). \quad (2)$$

Компоненты тензора напряжений для трансверсально-изотропного тела в цилиндрической системе координат в симметричном положении относительно оси записываются следующим образом:

$$\sigma_{rr} = C_{11} \frac{\partial U_r}{\partial r} + C_{12} \frac{U_r}{r} + C_{13} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \sigma_{\theta\theta} = C_{12} \frac{\partial U_r}{\partial r} + C_{11} \frac{U_r}{r} + C_{13} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \sigma_{zz} = C_{13} \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} \right) + C_{33} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad (3)$$

где C_{ij} - константы для поперечно-изотропного тела.

Уравнения движения записываются в цилиндрической системе координат, симметричной относительно оси, в следующем виде:

$$C_{11} \frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} - \frac{C_{12}}{r^2} U_r + \frac{C_{12}}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} + C_{13} \frac{\partial^2 U_z}{\partial r \partial z} + C_{44} \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial r \partial z} \right) + \frac{C_{11} - C_{12}}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{C_{12} - C_{11}}{r^2} U_r = \rho \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2}; \quad (4)$$

$$C_{44} \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} \right) + C_{13} \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial z \partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} \right) + C_{33} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + C_{44} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) = \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}.$$

Мы описываем компоненты вектора смещения следующим образом:

$$U_r = \int_0^\infty \left. \begin{matrix} \sin kz \\ -\cos kz \end{matrix} \right\} dk \int_{(t)} \tilde{U}_r e^{pt} dp; \quad (5)$$

$$U_z = \int_0^\infty \left. \begin{matrix} \cos kz \\ \sin kz \end{matrix} \right\} dk \int_{(t)} \tilde{U}_z e^{pt} dp.$$

Подставляем выражения (5) в систему дифференциальных уравнений движения (4):

$$\tilde{C}_{11} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \tilde{U}_r \right) + \tilde{C}_{44} k^2 \tilde{U} - k (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{44}) \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} = \rho p^2 \tilde{U}_r; \quad (6)$$

$$\tilde{C}_{44} \left(\frac{\partial^2 \tilde{U}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right) - k^2 \tilde{C}_{33} \tilde{U}_z - k (\tilde{C}_{44} + \tilde{C}_{13}) \left(\frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \frac{\tilde{U}_r}{r} \right) = \rho p^2 \tilde{U}_z;$$

Вводим следующие обозначения

$$\tilde{\Delta}_0 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2}; \quad \tilde{B}_1 = \frac{1}{\tilde{C}_{11}} (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{44}); \quad \tilde{B}_2 = \frac{1}{\tilde{C}_{44}} (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{44}). \quad (7)$$

Учитывая определения (7), дифференцируем вторую часть системы уравнений (8) по r в следующей форме:

$$\tilde{\Delta}_0 \tilde{U}_r + (\tilde{C}_{44} \tilde{C}_{11}^{-1} k^2 - \rho p^2 \tilde{C}_{11}^{-1}) \tilde{U}_r - k \tilde{B}_1 \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} = 0; \quad \tilde{\Delta}_0 \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} - (k^2 \tilde{C}_{33} \tilde{C}_{44}^{-1} + \rho p^2 \tilde{C}_{44}^{-1}) \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} - k \tilde{B}_2 \tilde{\Delta}_0 \tilde{U}_r = 0. \quad (8)$$

Из первого уравнения системы (9) получаем следующее

$$k \tilde{B}_1 \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} = \tilde{\Delta}_0 \tilde{U}_r + \left(\frac{\tilde{C}_{44} k^2}{\tilde{C}_{11}} - \frac{\rho p^2}{\tilde{C}_{11}} \right) \tilde{U}_r. \quad (9)$$

Уравнение (9) можно записать в следующем виде:

$$(\tilde{\Delta} - \alpha_1^2)(\tilde{\Delta} - \alpha_2^2) \tilde{U}_r = 0. \quad (10)$$

Согласно теореме Т. Боджо [12], решение (10) равно сумме следующих решений:

$$\frac{d^2 U_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_i}{dr} - \left(\alpha_i^2 + \frac{1}{r^2} \right) U_i = 0 \quad (i=1,2). \quad (11)$$

Общее решение уравнения (10) равно

$$\tilde{U}_r = A_1 I_1(\alpha_1 r) + D_1 K_1(\alpha_1 r) + A_2 I_1(\alpha_2 r) + D_2 K_1(\alpha_2 r). \quad (12)$$

Подставляя решение (12) в первое уравнение системы (8), получаем:

$$k \tilde{B}_1 \tilde{U}_z = \frac{\alpha_1^2 - \alpha^2}{\alpha_1} [A_1 I_0(\alpha_1 r) + D_1 K_0(\alpha_1 r)] + \frac{\alpha_2^2 - \alpha^2}{\alpha_1} [A_2 I_0(\alpha_2 r) + D_2 K_0(\alpha_2 r)], \quad (13)$$

здесь $\alpha^2 = \rho \tilde{C}_{11}^{-1} p^2 + k^2 \tilde{C}_{44} \tilde{C}_{11}^{-1}$.

Мы разлагаем смещения (12) и (13) в ряд по рангу в радиальной координате r .

$$\begin{aligned}\tilde{U}_z &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha_1^2 - \alpha^2}{k\alpha_1\tilde{B}_1} \alpha_1^{2n} A_{10} + \frac{\alpha_2^2 - \alpha^2}{k\alpha_2\tilde{B}_1} \alpha_2^{2n} A_{20} \right) \frac{(r/2)^{2n}}{(n!)^2} + \sum_{n=0}^{\infty} \eta_{6,n}(r) \left(\frac{\alpha_1^2 - \alpha^2}{k\alpha_1\tilde{B}_1} \alpha_1^{2n} D_1 + \frac{\alpha_2^2 - \alpha^2}{k\alpha_2\tilde{B}_1} \alpha_2^{2n} D_2 \right) \frac{(r/2)^{2n}}{(n!)^2}; \\ \tilde{U}_r &= \frac{1}{r} \left(\frac{D_1}{\alpha_1} + \frac{D_2}{\alpha_2} \right) + \sum_{n=0}^{\infty} (A_{10}\alpha_1^{2n+1} + A_{20}\alpha_2^{2n+1}) \frac{(r/2)^{2n+1}}{n!(n+1)!} + \sum_{n=0}^{\infty} \eta_{7,n}(r) (D_1\alpha_1^{2n+1} + D_2\alpha_2^{2n+1}) \frac{(r/2)^{2n+1}}{n!(n+1)!};\end{aligned}\quad (14)$$

здесь

$$\begin{aligned}A_{10} &= A_1 + D_1 \left[\ln \frac{\alpha_1 \xi}{2} - \psi(1) \right]; A_{20} = A_2 + D_2 \left[\ln \frac{\alpha_2 \xi}{2} - \psi(1) \right]; \\ \eta_{6,n}(r) &= \ln \frac{r}{\xi} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}; \eta_{7,n}(r) = \ln \frac{r}{\xi} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \frac{1}{2(n+1)}.\end{aligned}$$

Получаем следующие граничные условия для продольно-радиальных колебаний рассматриваемой цилиндрической оболочки:

$$\sigma_{rr}(r, z, t)|_{r=r_i} = f_r(z, t)|_{r=r_i}, \sigma_{rz}(r, z, t)|_{r=r_i} = f_r(z, t)|_{r=r_i}, \sigma_{rr}(r, z, t)|_{r=r_i} = -P_{rr}(r, z, t)|_{r=r_i}, \sigma_{rz}(r, z, t)|_{r=r_i} = -P_{rz}(r, z, t)|_{r=r_i}. \quad (15)$$

В (15) мы заменяем напряжения и внешние силы в граничных условиях следующим образом:

$$[\sigma_{rr}, P_{rr}, f_r] = \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(l)} [\tilde{\sigma}_{rr}, \tilde{P}_{rr}, \tilde{f}_r] e^{pt} dp; [\sigma_{rz}, P_{rz}, f_r] = \int_0^{\infty} \frac{\cos kz}{\sin kz} dk \int_{(l)} [\tilde{\sigma}_{rz}, \tilde{P}_{rz}, \tilde{f}_{rz}] e^{pt} dp. \quad (16)$$

Применяем подстановки (16) к (15), и тогда получаем следующее

$$\tilde{\sigma}_{rr}(r, k, p)|_{r=r_i} = \tilde{f}_r(k, t); \tilde{\sigma}_{rz}(r, k, p)|_{r=r_i} = \tilde{f}_{rz}(k, p); \tilde{\sigma}_{rr}(r, k, p)|_{r=r_i} = -\tilde{P}_{rr}(r, k, p)|_{r=r_i}; \tilde{\sigma}_{rz}(r, k, p)|_{r=r_i} = -\tilde{P}_{rz}(r, k, p)|_{r=r_i}. \quad (17)$$

Напряжения $\tilde{\sigma}_{rr}$, $\tilde{\sigma}_{rz}$, \tilde{P}_{rr} , \tilde{P}_{rz} (P), включенные в эти выражения, можно записать следующим образом:

$$\tilde{\sigma}_{rr} = \tilde{C}_{11} \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \tilde{C}_{12} \frac{\tilde{U}_r}{r} - k\tilde{C}_{13} \tilde{U}_z; \tilde{\sigma}_{rz} = \tilde{C}_{44} \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right); \tilde{P}_{rr} = -\tilde{p}_s - \frac{2}{3} \mu_s \left(\frac{1}{r} \tilde{v}_r + \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial r} + k\tilde{v}_z \right) + \tilde{\mu}_s \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial r}; \tilde{P}_{rz} = \frac{1}{2} \mu_s \left(k\tilde{v}_r + \frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial r} \right); \quad (18)$$

Тогда условие кинематической связи (15) также выполняется. Применяя подстановки (6)

$$v_r = \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(l)} \tilde{v}_r e^{pt} dp; v_z = \int_0^{\infty} \frac{\cos kz}{\sin kz} dk \int_{(l)} \tilde{v}_z e^{pt} dp. \quad (19)$$

Исходя из этих кинематических условий контакта, мы получаем следующее:

$$p\tilde{U}_r = \tilde{v}_r; p\tilde{U}_z = \tilde{v}_z. \quad (20)$$

С учетом этих выражений (20) формулу (18) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{rr} &= \tilde{C}_{11} \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \tilde{C}_{12} \frac{\tilde{U}_r}{r} - k\tilde{C}_{13} \tilde{U}_z; \tilde{\sigma}_{rz} = \tilde{C}_{44} \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right); \\ \tilde{P}_{rr} &= -\tilde{p}_s - \frac{2}{3} \tilde{\mu}_s p \left(\frac{1}{r} \tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + k\tilde{U}_z \right) + \tilde{\mu}_s p \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r}; \tilde{P}_{rz} = \frac{1}{2} \tilde{\mu}_s p \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right).\end{aligned}\quad (21)$$

Используя выражения (21), запишем граничные условия (17) следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{11} \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \tilde{C}_{12} \frac{\tilde{U}_r}{r} - k\tilde{C}_{13} \tilde{U}_z &= f_r(k, t); \tilde{C}_{44} \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right) = f_{rz}(k, t); \\ \left(\tilde{C}_{11} + \frac{1}{3} \tilde{\mu}_s p \right) \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \left(\tilde{C}_{12} - \frac{2}{3} \tilde{\mu}_s p \right) \frac{\tilde{U}_r}{r} - \left(k\tilde{C}_{13} + \frac{2}{3} \tilde{\mu}_s p k \right) \tilde{U}_z &= \tilde{p}_s; \left(\tilde{C}_{44} + \frac{1}{2} \tilde{\mu}_s p \right) \left(k\tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right) = 0.\end{aligned}\quad (22)$$

Подставляем (12) и (13) в полученную систему уравнений (22).

Заменяем ведущие части перемещения точек средней поверхности и коэффициенты α^2 ; α_1^2 и α_2^2 следующим образом:

$$[U_{r,0}(z, t); U_{r,1}(z, t)] = \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(l)} [\tilde{U}_{r,0}(k, p); \tilde{U}_{r,1}(k, p)] e^{pt} dp;$$

$$[U_{z,0}(z,t); U_{z,1}(z,t)] = \int_0^\infty \frac{\cos kz}{\sin kz} dk \int_{(l)} [\tilde{U}_{z,0}(k,p); \tilde{U}_{z,1}(k,p)] e^{pt} dp; \quad (23)$$

$$\lambda^2 = \int_0^\infty \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(l)} \alpha^{2n} e^{pt} dp; \quad \lambda_1^{2n} = \int_0^\infty \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(l)} [\alpha_1^{2n} \alpha_2^{2n}] e^{pt} dp; \quad \lambda_2^n = \int_0^\infty \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(l)} [\alpha_1^{2n} + \alpha_2^{2n}] e^{pt} dp.$$

Математически упрощая и вычисляя систему уравнений, полученных в отношении $U_{r,0}$, $U_{z,0}$, $U_{r,1}$ и $U_{z,1}$ с помощью подстановок, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} & a_{11} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^5 \partial z} + a_{12} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z^3} + a_{13} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial z^5} + a_{14} \frac{\partial^3 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z} + a_{15} \frac{\partial^3 U_{z,0}}{\partial z^3} + b_{11} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^4} + b_{12} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^2 \partial z^2} + b_{13} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial z^4} + b_{14} \frac{\partial^2 U_{r,0}}{\partial t^2} + \\ & + b_{15} \frac{\partial^2 U_{r,0}}{\partial z^2} + n_{11} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^4 \partial z} + n_{12} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z^3} + n_{13} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial z^5} + n_{14} \frac{\partial^3 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z} + n_{15} \frac{\partial^3 U_{z,1}}{\partial z^3} + m_{11} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^4} + m_{12} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^2 \partial z^2} + \\ & + m_{13} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial z^4} + m_{14} \frac{\partial^2 U_{r,1}}{\partial t^2} + m_{15} \frac{\partial^2 U_{r,1}}{\partial z^2} = s_{11} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f_r(z,t) + s_{12} \frac{\partial^2}{\partial z^2} f_r(z,t); \\ & a_{21} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^4 \partial z} + a_{22} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z^3} + a_{23} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial z^5} + b_{21} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^2 \partial z} + b_{22} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial z^4} + n_{21} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^4 \partial z} + n_{22} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z^3} + n_{23} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial z^5} + \\ & + m_{21} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^4} + m_{22} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^2 \partial z^2} + m_{23} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial z^4} = s_{21} \frac{\partial^3}{\partial z \partial t^2} f_{rz}(z,t) + s_{22} \frac{\partial^3}{\partial z^3} f_{rz}(z,t); \quad (24) \\ & a_{31} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^4 \partial z} + a_{32} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z^3} + a_{33} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial z^5} + a_{34} \frac{\partial^4 U_{z,0}}{\partial t^3 \partial z} + a_{35} \frac{\partial^4 U_{z,0}}{\partial t \partial z^3} + a_{36} \frac{\partial^3 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z} + a_{37} \frac{\partial^3 U_{z,0}}{\partial z^3} + b_{31} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^4} + b_{32} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^2 \partial z^2} + \\ & + b_{33} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial z^4} + b_{34} \frac{\partial^2 U_{r,0}}{\partial t^2} + b_{35} \frac{\partial^2 U_{r,0}}{\partial z^2} + n_{31} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^4 \partial z} + n_{32} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z^3} + n_{33} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial z^5} + n_{34} \frac{\partial^4 U_{z,1}}{\partial t^3 \partial z} + n_{35} \frac{\partial^4 U_{z,1}}{\partial t \partial z^3} + n_{36} \frac{\partial^3 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z} + n_{37} \frac{\partial^3 U_{z,1}}{\partial z^3} + \\ & + m_{31} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^4} + m_{32} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^2 \partial z^2} + m_{33} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial z^4} + m_{34} \frac{\partial^2 U_{r,1}}{\partial t^2} + m_{35} \frac{\partial^2 U_{r,1}}{\partial z^2} = s_{31} \frac{\partial^2 p_s}{\partial t^2} + s_{32} \frac{\partial^2 p_s}{\partial z^2}; \\ & a_{41} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^4 \partial z} + a_{42} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial t^2 \partial z^3} + a_{43} \frac{\partial^5 U_{z,0}}{\partial z^5} + b_{41} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial t^2 \partial z^2} + b_{42} \frac{\partial^4 U_{r,0}}{\partial z^4} + n_{41} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^4 \partial z} + n_{42} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial t^2 \partial z^3} + n_{43} \frac{\partial^5 U_{z,1}}{\partial z^5} + m_{41} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^4} + \\ & + m_{42} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial t^2 \partial z^2} + m_{43} \frac{\partial^4 U_{r,1}}{\partial z^4} = 0. \end{aligned}$$

Здесь коэффициенты системы уравнений (24) определяются из геометрических и физических параметров материала оболочки [13].

Решая систему уравнений (24), можем определить необходимые функции $U_{r,0}$, $U_{z,0}$, $U_{r,1}$ и $U_{z,1}$. Используя эти функции, можем рассчитать смещения, возникающие в точках пересечения круглых цилиндрических слоев и оболочек, взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью во время нестационарных колебаний.

Метод решения. Далее, на основе уравнений (24), мы рассмотрим практическую задачу о продольно-радиальных колебаниях круглых цилиндрических поперечно-изотропных слоев и оболочек, взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью. Введем следующие безразмерные величины:

$$r = lr^*; \quad z = lz^*; \quad C_{11} = CC_{11}^*; \quad t = \sqrt{\frac{\rho}{C}} lt^*; \quad U_{z,0} = lU_{z,0}^*; \quad U_{r,0} = U_{r,0}^*; \quad U_{z,1} = U_{z,1}^*; \quad U_{r,1} = lU_{r,1}^*. \quad (25)$$

Формируем систему уравнений в безразмерном состоянии, вводя безразмерные определения (25) в систему уравнений (24)

$$\begin{aligned} & \left(\bar{a}_{11} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{a}_{12} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{a}_{13} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{a}_{14} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{a}_{15} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,0} + \left(\bar{b}_{11} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{b}_{12} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{b}_{13} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \right. \\ & \left. + \bar{b}_{14} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{b}_{15} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_{r,0} + \left(\bar{n}_{11} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{n}_{12} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{n}_{13} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{n}_{14} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{n}_{15} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,1} + \\ & + \left(\bar{m}_{11} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{m}_{12} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{m}_{13} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{m}_{14} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{m}_{15} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_{r,1} = \left(\bar{s}_{11} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{s}_{12} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) f_r; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\bar{a}_{21} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{a}_{22} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{a}_{23} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,0} + \left(\bar{b}_{21} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{b}_{22} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) U_{r,0} + \left(\bar{n}_{21} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{n}_{22} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \right. \\
& \left. + \bar{n}_{23} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,1} + \left(\bar{m}_{21} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{m}_{22} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{m}_{23} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) U_{r,1} = \left(\bar{s}_{21} \frac{\partial^3}{\partial z \partial t^2} + \bar{s}_{22} \frac{\partial^3}{\partial z^3} \right) f_{rz}; \quad (26) \\
& \left(\bar{a}_{31} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{a}_{32} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{a}_{33} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{a}_{34} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + \bar{a}_{35} \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} + \bar{a}_{36} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{a}_{37} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,0} + \left(\bar{b}_{31} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{b}_{32} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \right. \\
& \left. + \bar{b}_{33} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{b}_{34} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{b}_{35} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_{r,0} + \left(\bar{n}_{31} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{n}_{32} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{n}_{33} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{n}_{34} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + \bar{n}_{35} \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} + \bar{n}_{36} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \right. \\
& \left. + \bar{n}_{37} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,1} + \left(\bar{m}_{31} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{m}_{32} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{m}_{33} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \bar{m}_{34} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{m}_{35} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_{r,1} = \left(\bar{s}_{31} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{s}_{32} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) p_s; \\
& \left(\bar{a}_{41} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{a}_{42} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{a}_{43} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,0} + \left(\bar{b}_{41} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{b}_{42} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) U_{r,0} + \left(\bar{n}_{41} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{n}_{42} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \right. \\
& \left. + \bar{n}_{43} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) \frac{\partial}{\partial z} U_{z,1} + \left(\bar{m}_{41} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \bar{m}_{42} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \bar{m}_{43} \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) U_{r,1} = 0.
\end{aligned}$$

Здесь коэффициенты системы уравнений (26) выражены в виде безразмерных величин (25)

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{11} &= B_1 \left(B_1 C_{11} - C_{13} + \frac{C_{12}}{4} \right) \frac{1}{C_{11} C_{44}} \frac{r_2^2}{4}, \dots, \bar{b}_{11} = \left(\frac{B_1}{C_{44}} + \frac{C_{13}}{C_{11} C_{44}} - \frac{B_1 C_{12}}{4 C_{11} C_{44}} + \frac{1}{C_{11}} \left(\frac{1}{C_{11}} + \frac{1}{C_{44}} \right) \left(B_1 C_{11} + \frac{C_{12}}{4} B_1 - C_{13} \right) + C_{13} \frac{1}{C_{11}^2} \right) \frac{r_2^2}{4}, \dots \\
\bar{n}_{11} &= \xi \left[\frac{B_1}{C_{11}} \left(\frac{1}{C_{11}} + \frac{1}{C_{44}} \right) \left(\eta_{2,1}(r_2) (B_1 C_{11} - C_{13}) + \eta_{1,1}(r_2) \frac{B_1 C_{12}}{4} \right) \frac{r_2^2}{4} + \eta_{2,1}(r_2) B_1 \frac{C_{13}}{C_{11}^2} \frac{r_2^2}{4} \right], \dots, \bar{m}_{21} = -\xi \eta_{1,0}(r_2) \frac{r_2}{2} \frac{1}{C_{11} C_{44}}, \dots, \bar{s}_{11} = \frac{B_1}{C_{11}}, \dots
\end{aligned}$$

Анализ результатов. Для решения системы уравнений (26) используем метод конечных разностей. Для решения системы уравнений, разложенной с помощью метода конечных разностей с использованием программы *Maple*, геометрические размеры круглой цилиндрической оболочки берем следующими: $l = 1$ м, $r_1 = 0.2$ м, $r_2 = 0.128$ м. Мы прикладываем крутящие моменты к свободному концу круглой цилиндрической оболочки $z = 0$. Конец $z = l$ закрепляется винтом. Мы считаем, что материал круглой цилиндрической оболочки алюминий. Значения для алюминиевого материала: $\rho = 2700$ кг/м³, $E = 0.7 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu = 0.33$, $C_{11} = 1.103 \cdot 10^{11}$ Н/м², $C_{12} = 0.543 \cdot 10^{11}$ Н/м², $C_{13} = 0.543 \cdot 10^{11}$ Н/м², $C_{33} = 1.103 \cdot 10^{11}$ Н/м², $C_{44} = 0.280 \cdot 10^{11}$ Н/м². Толщина цилиндрической оболочки составляет $h = r_2 - r_1$. В результате расчетов получены графики на рис. 2 и 3.

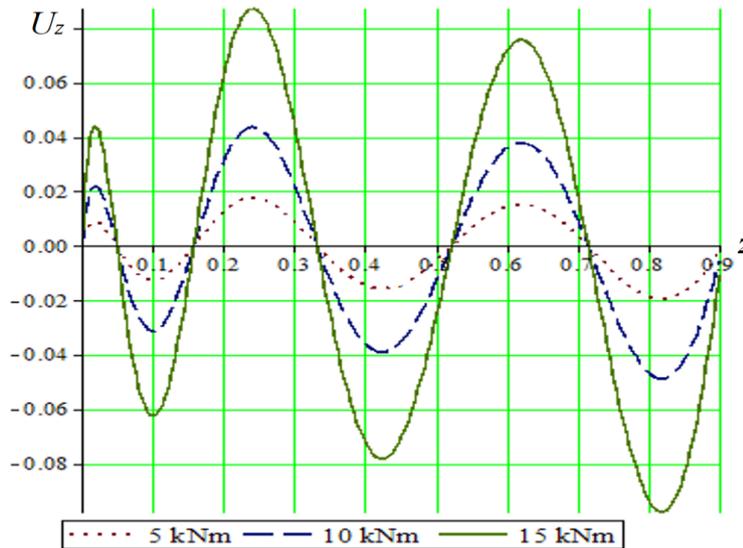


Рис. 2. График изменения компоненты вектора перемещения U_z в зависимости от координаты z при различных значениях момента силы

График на рис. 2 показывает, что при приложении момента силы $5 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$ к концу $z=0$ круглой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью, максимальное смещение составляет 0.018. Когда к концу цилиндрической оболочки в точке $z=0$ прикладывается крутящий момент $10 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$, максимальное значение смещения U_z составляет 0.043, а когда прикладывается крутящий момент $15 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$, максимальное значение смещения U_z составляет 0.085. По мере увеличения значения крутящего момента значение смещения U_z также увеличивается. Это соответствует физической сути задачи.

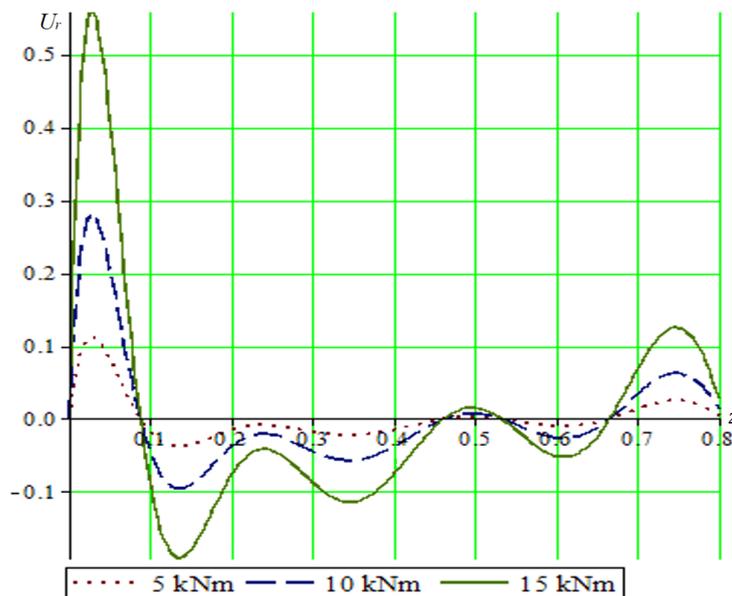


Рис. 3. График изменения компоненты вектора перемещения U_r в зависимости от координаты z при различных значениях момента силы.

Из графика на рис. 3 видно, что при приложении момента силы $5 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$ к концу цилиндрической оболочки в точке $z=0$ U_r максимальное значение смещения составляет 0.11 в сечении $z=0.03$ и начинает уменьшаться от этого сечения. Когда на конец цилиндрической оболочки в точке $z=0$ действует крутящий момент $10 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$, максимальное смещение U_r в этом сечении составляет 0.28, и оно также начинает уменьшаться от этого сечения. Когда значение поворотного момента составляет $15 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$, смещение U_r достигает своего максимального значения в этом участке и также начинает уменьшаться от этого участка. Здесь мы также можем видеть, что по мере увеличения значения крутящего момента U_r значение смещения также увеличивается. Это соответствует физической сути задачи.

Заключение. В данной работе были смоделированы продольно-радиальные колебания трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек, заполненных внутренней вязкой жидкостью, и определены перемещения точек оболочки. В отличие от традиционных гипотез, дифференциальные уравнения для продольных и радиальных перемещений в цилиндрических координатах были выведены на основе заданных уравнений упругого движения. С учетом граничных и кинематических условий контакта между оболочкой и жидкостью были получены общие решения с использованием преобразований Фурье и Лапласа. На основе решенных уравнений были получены значения перемещений в зависимости от изменения момента силы. Результаты показали, что с увеличением крутящего момента смещения достигают максимального значения, а изменение этих значений имеет явное свойство затухания по длине оболочки. Графические результаты полностью соответствуют физической сущности задачи и подтверждают достоверность модели. Полученные результаты дают практическую основу для более глубокого изучения динамического состояния цилиндрических оболочек, взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью, и для оптимизации цилиндрических конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Honarvar F., Enjilela E., Sinclair A.N., Mirnezami S.A.* Wave propagation in transversely isotropic cylinders // International Journal of Solids and Structures. 2007, Vol. 44, pp. 5236–5246.
- [2] *Kim J.-Y., Ih J.-G.* Scattering of plane acoustic waves by a transversely isotropic cylindrical shell- application to material characterization // Applied Acoustics. 2003, Vol. 64, pp. 1187–1204.
- [3] *Khudoynazarov Kh., Yalgashev B.* Longitudinal vibrations of a cylindrical shell filled with a viscous compressible liquid // E3S Web of Conferences. 2021, Vol. 264, P. 02017.
- [4] *Худойназаров Х., Халмурадов Р.И., Ялгашев Б.Ф.* Продольно-радиальные колебания упругой цилиндрической оболочки с вязкой сжимаемой жидкостью // Вестник Томского государственного университета, Математика и механика. 2021, № 69, стр. 124–135.
- [5] *Худойназаров Х., Буркутбоев Ш.М.* Математическая модель крутильных колебаний вращающегося цилиндрического слоя с учетом внутренней вязкой жидкости // 2017, № 4, стр. 31–47.
- [6] *Мамасолиев К., Исмоилов Э.А.,* Решение задачи о крутильных колебаниях трансверсально-изотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с вязкой жидкостью // Проблемы механики, Узбекский журнал. 2024, 4, стр. 76–84.
- [7] *Мамасолиев К., Исмоилов Э.А.,* Продольно-радиальные колебания трансверсально-изотропного цилиндрического слоя и оболочки, нестационарно взаимодействующих с вязкой жидкостью // Научная информация Бухарского государственного университета. 2025, № 6, стр. 150–158.
- [8] *Мамасолиев К., Исмоилов Э.А.* Определение напряжений и смещений точек трансверсально-изотропного цилиндрического слоя, взаимодействующего с внутренней вязкой жидкостью // Международная научно-техническая конференция по теме «Развитие науки: научно-инновационные подходы и стратегический анализ». 2024, Часть 2, стр. 630–634.
- [9] *Халмурадов Р., Исмоилов Э.* Осесимметричные колебания анизотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки, заполненной вязкой сжимаемой жидкостью // AIP Conf. Proc. 2024, Vol. 3244, P. 060030-1–060030-9.
- [10] *Худойназаров Х., Мамасолиев К., Исмоилов Э., Овчинников Э.В.* Нестационарное воздействие трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с вязкой сжимаемой жидкостью // AIP Conf. Proc. 2024, Vol. 3177, P. 050005-1–050005-8.
- [11] *Mamasoliev K., Mirsaidov M.* Mathematical model and analytical solution of the contact problem of bending of a slab lying on an inhomogeneous combined base // AIP Conf. Proc. 2025, Vol. 3177, P. 050006.
- [12] *Новацкий В.* Теория упругости. Москва: Мир, 1975, 872 с.
- [13] *Исмоилов Э.А.* Уравнения продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью // Илм сарчашмамалари Научно-теоретический, методический журнал. 2025, № 1, стр. 35–41.

Дата поступления
14.10.2025

Mamasoliev K., Ismoilov E.A. Ichki qovushoq suyuqlik bilan o'zaro nostatsionar ta'sirlashuvchi transversal-izotrop silindrik qobiqning bo'ylama-radial tebranishlarini matematik modellashtirish

Annotatsiya. Ushbu maqolada ichki qovushoq suyuqlik bilan o'zaro ta'sirlashuvchi transversal-izotrop silindrik qobiqning bo'ylama-radial tebranishlari matematik modellashtirilgan. Qobiq va suyuqlik o'rtasidagi o'zaro ta'sirlar aniqlangan harakat tenglamalari yordamida tahlil qilingan. Tenglamalarni yechish uchun Fure va Laplas almashtirishlari, chegaraviy va kontakt shartlar hamda chekli ayirma usulidan foydalanilgan. Amaliy masala asosida ko'chish grafiklari tuzildi va ularning fizik mohiyatga mos kelishi ko'rsatildi. Tadqiqot natijalari sanoatda loyihalash va optimallashtirish uchun katta ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: transversal-izotrop silindrik qobiq, qovushoq suyuqlik, bo'ylama-radial tebranishlar, ko'chish tahlili, chegaraviy shartlar, kontakt shartlar.

Mamasoliev K., Ismoilov E.A. Mathematical Modeling of Longitudinal-Radial Vibrations of Transversely Isotropic Cylindrical Shells Interacting Non-Stationarily with an Internal Viscous Fluid

Abstract. This paper presents a mathematical model for the longitudinal and radial vibrations of a transversely isotropic cylindrical shell interacting with an internal viscous fluid. The interactions between the shell and the fluid are analyzed using refined equations of motion. Fourier and Laplace transforms, boundary and contact conditions, as well as the finite difference method, are used to solve the equations. Based on a practical problem, displacement graphs are constructed, and their relevance to the physical phenomena involved is demonstrated. The results of this study are significant for the design and optimization of industrial structures

Keywords: transversely isotropic cylindrical shell, viscous fluid, longitudinal-radial vibrations, displacement analysis, boundary conditions, contact conditions.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМАЛЬНОГО КОЭФФИЦИЕНТА УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ ГРУНТОВЫХ ПЛОТИН МЕТОДОМ КРУГЛО-ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ СКОЛЬЖЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО АЛГОРИТМА НАХОЖДЕНИЯ ЦЕНТРА ОКРУЖНОСТИ

Норматов Ш.И.

*Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент
Узбекистан*

E-mail: shovkatnormatov871@gmail.com

Аннотация. *Статья посвящена расчету устойчивости откосов грунтовых плотин с использованием метода кругло-цилиндрических поверхностей скольжения. В отличие от традиционного подхода, описанного в нормативных документах, в статье предлагается альтернативный способ определения центра окружности скольжения, что позволяет точнее оценить коэффициент запаса устойчивости. Основное внимание уделено поиску минимального значения коэффициента устойчивости, который достигается на поверхности скольжения. В статье рассмотрены теоретические основы метода кругло-цилиндрических поверхностей скольжения, включая уравнение предельного равновесия Кулона, и предложен алгоритм для определения наиболее опасных центров и радиусов кривых скольжения. Разработана программа для автоматизированного расчета устойчивости откосов, которая позволяет учитывать различные геометрические параметры откосов и неоднородность грунтового массива. Программа была протестирована на нескольких вариантах исходных данных, включая различные значения сцепления грунта и угла внутреннего трения. Результаты расчетов показали, что уменьшение сцепления грунта и угла внутреннего трения приводит к снижению коэффициента устойчивости.*

Ключевые слова: *устойчивость откосов, грунтовые плотины, метод кругло-цилиндрических поверхностей скольжения, коэффициент запаса устойчивости, уравнение Кулона, автоматизированный расчет, сцепление грунта, угол внутреннего трения.*

Введение. В процессе строительства и эксплуатации промышленных, транспортных и грунтовых объектов возникает вопрос об устойчивости откосов грунтовых массивов. Под устойчивостью грунтовых массивов обычно понимают их способность в течение длительного времени противостоять сдвигающим усилиям, сохраняя свою форму. Устойчивое положение откосов определяется соответствующим напряжённо-деформированным состоянием, формируемым силовыми воздействиями. При неблагоприятном сочетании разнообразных факторов грунтовый массив, ограниченный откосом, может перейти в неравновесное состояние и потерять устойчивость. Большинство из существующих методов расчета устойчивости откосов грунтового массива было разработано для вычисления коэффициента устойчивости откоса. Все расчетные методы оценки степени устойчивости откосов и склонов основаны на применении теории предельного равновесия, рассматривающей предельное напряженное состояние грунтового массива.

Разнообразие горно-геологических и технических условий возведения плотин или освоения открытых разработок обусловило создание многочисленных методов расчета (расчетных схем) устойчивости откосов. Их насчитывается к настоящему времени около 150 [3]. Множество методов, способов и приемов расчета на устойчивость откосов привело к необходимости их классификации по тем или иным признакам. В качестве основного признака в классификациях для расчета в [4-6] принимается форма поверхности разрушения (скольжения). По такой классификации в [5] выделено четыре класса методов определения параметров устойчивости откоса:

а) построение контура откоса, во всех точках которого удовлетворяется условие предельного равновесия, в этом случае решается система дифференциальных уравнений равновесия совместно с условием предельного состояния, основы которого заложены в [7];

б) построение контура откоса, вдоль которого удовлетворяется условие равенства угла наклона касательной углу сопротивления сдвигу (основы такого метода приведены в [8]);

в) построение в массиве откоса поверхности скольжения, вдоль которой удовлетворяется условие предельного равновесия (методы расчета этого класса наиболее многочисленны и включены в КМК, они основаны на принятии в расчетных схемах той или иной формы поверхности скольжения: плоской, кругло-цилиндрической, в виде логарифмической спирали, сложной криволинейной, ломаной и т.д.);

г) построение в массиве откоса поверхности скольжения, вдоль которой удовлетворяется условие специального предельного равновесия (для неоднородных и анизотропных массивов).

Постановка задачи. На практике широкое применение получил метод оценки устойчивости и сейсмостойкости откосов плотин, дамб, карьерных бортов и т.д., предполагающий выполнение условия предельного равновесия (предельно-напряженного состояния) по внутренней границе некоторой области приоткосной зоны грунтового массива. Граница этой области считается предполагаемой поверхностью разрушения (поверхностью скольжения). Перечисленные выше методы принципиально основаны на решении уравнения предельного равновесия Кулона. Предельно-напряженное состояние, т.е. уравнение предельного равновесия (закон Кулона), имеет вид [1-3]:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + C, \quad (1)$$

где σ , τ - нормальное и касательное напряжения, действующие на площадках поверхности скольжения, C - сцепление грунтового массива, φ - угол внутреннего трения.

Расчет устойчивости откосов плотин, дамб или бортов карьеров заключается в определении минимального коэффициента устойчивости при принятом очертании поперечного профиля грунтового массива и производится для наибольших неблагоприятных поперечных сечений характерных участков массива. В настоящее время при проектировании грунтовых плотин и разработке карьеров, устойчивость откосов рассчитывают по методу, основанному на кругло-цилиндрических поверхностях скольжения (КЦПС). Данный метод впервые был предложен в 1916 г. шведскими инженерами Петерсоном и Гюлтином на основе исследований обрушения глинистых грунтов. В КМК рекомендовано проводить расчет устойчивости откосов по методам кругло-цилиндрических поверхностей скольжения (метод НИИ ВОДГЕО); он заключается в нахождении таких радиусов и положений центров кривых скольжения, при которых коэффициент устойчивости будет наименьшим. Существуют различные подходы и способы определения геометрического центра КЦПС [9-15]. Самые простые и широко используемые способы приведены в [9-15]: расчет для плотины производится для ряда точек центров кривых скольжения, выбираемых в так называемой области центров наиболее опасных кривых (рис. 1). Эта область расположена между двумя прямыми, восстановленными из центра откоса под углом 85° и перпендикулярно к основанию плотины. Между этими прямыми из центра откоса проводятся две дуги окружности с радиусами, зависящими от величины заложения откосов и высоты плотины.

В этой области принимают ряд точек центров, последовательно приближаясь к наиболее опасной области. Из каждой точки проводят окружность скольжения с таким радиусом, чтобы он прошел через гребень плотины и захватил часть основания на глубину $H/2$, H - высота плотины. В пределах кривой скольжения откос и основание плотины разбивают на ряд отсеков (столбиков) одинаковой ширины, в зависимости от радиуса кривой скольжения. На вертикали, опущенной из центра кривой скольжения, находится средняя линия начального отсека (столбика). Нумерация средних линий вверх по откосу – положительная, вниз по откосу – отрицательная. Начальная средняя линия имеет номер «0» (рис. 2).

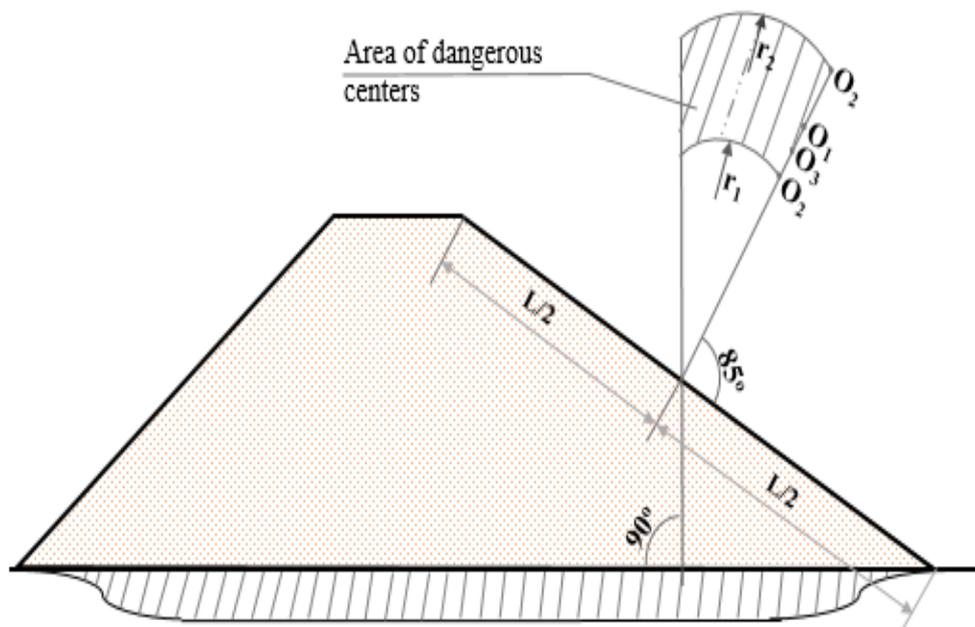


Рис. 1. Схема определения области опасных центров КЦПС

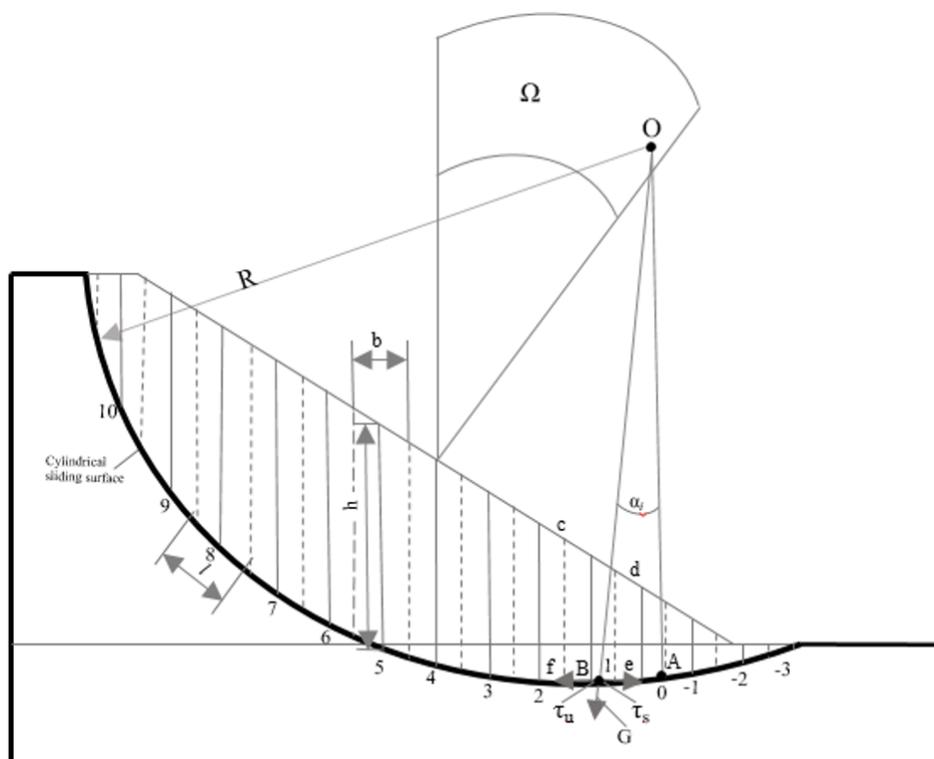


Рис. 2. Схема расчёта устойчивости откоса методом КЦПС

Для каждого отсека определяется вес отсека и все силы, действующие на отсек. Угол α между вертикалью, опущенной из центра кривой скольжения, и линией, проведенной из этого центра к центру основания каждого отсека, будет определяться синусом угла: $\sin \alpha = bn/R$, n - порядковый номер отсека, b - ширина отсека, R - радиус КЦПС.

Коэффициент устойчивости вычисляется по формуле

$$K_{уст} = \frac{F_{y\delta}}{F_{c\delta\delta}}, \quad (2)$$

где $F_{y\delta}$ - сумма всех удерживающих сил, $F_{сдв}$ - сумма всех сдвигающих сил [9].

Проверка устойчивости откоса в [10] и других работах сводится к определению коэффициента устойчивости, который равен (если не считать сил бокового давления) отношению момента удерживающих сил (трения и сцепления) к моменту сдвигающихся сил:

$$K_{уст} = \frac{\sum M_{y\delta}}{\sum M_{сдв}} \quad (3)$$

Коэффициенты устойчивости, определяемые через (2) и (3), практически эквивалентны. При предельно-напряженном состоянии грунтового массива формула (3), предложенная К. Терцаги [9], принимает вид:

$$K_{уст} = \frac{\sum M_{y\delta}}{\sum M_{сдв}} = \frac{\int R \tau_{np} dl}{\int R \tau_{акт} dl} = \frac{\sum \tau_{np} \Delta l}{\sum \tau_{акт} \Delta l}, \quad (4)$$

где τ_{np} - предельное значение касательного напряжения, оно определяется с помощью предельно-напряженного состояния (1); $\tau_{акт}$ - касательное напряжение, активно действующее вдоль предполагаемой кривой (поверхности) обрушения. С учётом (1) коэффициент устойчивости по методу Терцаги имеет вид [9, 12-14]:

$$K_{уст} = \frac{\sum [(G_i - P_b b_i) \cos \alpha_i \operatorname{tg} \varphi + C b_i / \cos \alpha_i]}{\sum G_i \sin \alpha_i} \quad (5)$$

На основе проведенного анализа методов расчета устойчивости грунтовых сооружений можно констатировать следующее:

а) расчет устойчивости откосов грунтовых плотин, горных и карьерных откосов при инженерных расчётах, определяется преимущественно методом КЦПС. В данном методе поверхности скольжения заранее задаются способами, основанными на результатах многолетних натуральных наблюдений за оползнями, обрушениями откосов грунтового массива, бортов карьеров и т.д.;

б) кругло-цилиндрические поверхности скольжения (обрушения) можно считать наиболее обоснованными поверхностями, по которым происходит потеря устойчивости откосов и бортов карьеров, что подтверждается результатами натуральных наблюдений на протяжении последних ста лет;

в) расчетные формулы по методу КЦПС являются наиболее простыми и удобными для определения коэффициента прочности и устойчивости откосов грунтовых массивов. Преимуществом этих формул также является то, что в них используются основные прочностные показатели грунтов – сцепление и угол внутреннего трения, которые общеизвестны и являются основными характеристиками массива горных пород.

Метод расчета КЦПС включает в себя две процедуры:

- а) определение наиболее опасных центров КЦПС;
- б) нахождение опасных радиусов КЦПС.

После этого оценивается устойчивость откосов грунтового массива. Как было отмечено, существует множество способов определения центра КЦПС. Наиболее точное определение центра КЦПС приведено в [12]: некоторая предполагаемая область опасных центров разбивается на сетки и для узловых точек вычисляется коэффициент устойчивости. Далее, по определенным значениям коэффициента устойчивости строится изолиния этих значений.

В методах, приведенных в [12] и др., разработанных зарубежными исследователями, радиус КЦПС практически не варьируется и считается равным минимальному отрезку от центра КЦПС до основания, т.е. считается, что КЦПС проходит через точку пересечения

откоса и основания (в случае одинаковых или наиболее прочных оснований такое утверждение считается верным) [12-14]. Однако, для инженерной практики такой подход требует знания математических дисциплин и вмешательства промежуточных работ, что является неприемлемым для инженеров и проектировщиков.

Таким образом, из анализа методов расчета на устойчивость и прочность откосов грунтовых массивов следует отсутствие единого подхода для определения предполагаемого центра и радиуса КЦПС.

Нами предлагается один из способов определения центра и радиуса КЦПС, а также коэффициента устойчивости откоса. Для этого создан алгоритм и составлена программа расчета устойчивости откоса грунтового массива. В качестве исходных, кроме механических и прочностных характеристик массива, задаются геометрические данные приоткосного массива (рис. 5): начальная координата прикреплена к пересечению откоса с основанием; координаты вершины откоса x_A, y_A (точки А); область искомых опасных центров КЦПС - левая (x-координата точки В) $x_B \approx 5 \div 10 \cdot x_A$ и верхняя (y-координата точки С) $y_C \approx 5 \div 10 \cdot y_A$, для определения радиуса КЦПС – x-координата точки а $x_a \approx 1.1 \div 1.5 \cdot x_A$. Область предполагаемого центра КЦПС (область $OABC$ на рис. 3) разбивается на N_x и N_y подобластей (сеток). Для каждого узла этой сетки, варьируя значения радиуса КЦПС от значений R_a до наименьшего (равного значению расстояния от центра до откоса), вычисляется коэффициент устойчивости по формуле (2) и определяется радиус, при котором наблюдается наименьшее значение коэффициента. Далее, из всех узлов по значениям коэффициента устойчивости находим центр КЦПС. Созданная программа выводит на печать десять таких центров (координаты центров) и соответствующие радиусы КЦПС и значения коэффициента устойчивости.

Численные результаты и их анализ. Необходимо отметить, что, принимая достаточно большие значения для N_x и N_y можно с необходимой точностью определить искомый центр и радиус КЦПС. Программа расчета была модифицирована на последовательное определение центра КЦПС: по найденным 10 значениям центров автоматически составляется новая область искомых центров, включающая эти центры, и далее, повторяется нахождение следующих – новых - центров и радиусов КЦПС. Вычисления показали, что для оптимального определения центра и радиуса достаточно 2-3 этапа таких вычислений.

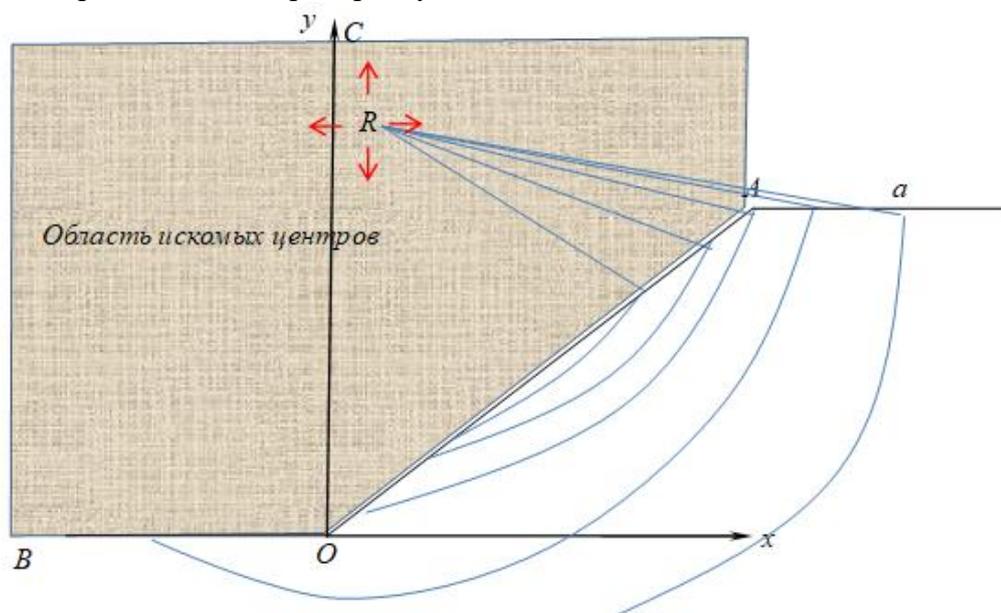


Рис. 3. Схема для задания исходных геометрических данных

Отметим также, что программа составлена таким образом, чтобы можно было задать различный профиль откоса (двух, трех или многоступенчатый, ввод в виде функции) и учитывать неоднородность грунтового массива.

Работоспособность составленной программы проверялась оценкой устойчивости откоса грунтового массива по методу Терцаги, т.е. по формуле (5). Расчеты были проведены для различных вариантов исходных данных и показаны в табл. 1.

Таблица 1

Варианты расчетов						
Варианты	Плотность, ρ , кг/м ³	Сцепление, C , КПа	Тангенс угла внутреннего трения, $\text{tg}\varphi$	Высота плотины, H , м	Наклон	$(K_{уст})_{\min}$
1	2600	30	0.56	160	1.1	1.779
2	2600	20	0.56	160	1.1	1.6623
3	2600	40	0.56	160	1.1	1.8830
4	2600	50	0.56	160	1.1	1.9791
5	2600	30	0.42	160	1.1	1.4123
6	2600	30	0.36	160	1.1	1.2522

Результат 1-го варианта расчета приведен в табл. 2. Самая неблагоприятная поверхность возможного обрушения показана на рис. 4. Как видно из результатов расчета этого варианта, значение коэффициента устойчивости равно 1.779, т.е. откос является вполне устойчивым.

Таблица 2

Результат 1-го варианта расчета

$K_{уст}$	Радиус, м	Координаты центра КЦПС		Границы возможного скольжения	
		R_x , м	R_y , м	x_{left} , м	x_{right} , м
1.3222	531.1725	-30.4416	530.6918	0.9304	357.6291
1.3223	535.4221	-30.4416	535.0464	1.1621	359.3709
1.3223	526.9304	-30.4416	526.3373	0.6809	355.8873
1.3223	549.0514	-37.6992	548.1101	0.8637	358.5000
1.3223	553.3264	-37.6992	552.4646	1.0322	360.2418
1.3224	513.3906	-23.1840	513.2736	0.9374	356.7582
1.3224	544.7833	-37.6992	543.7555	0.6785	356.7582
1.3224	517.6123	-23.1840	517.6282	1.2335	358.5000
1.3224	522.4823	-23.1840	521.9827	0.0346	361.1127
1.3224	509.1771	-23.1840	508.9190	0.6225	355.0164

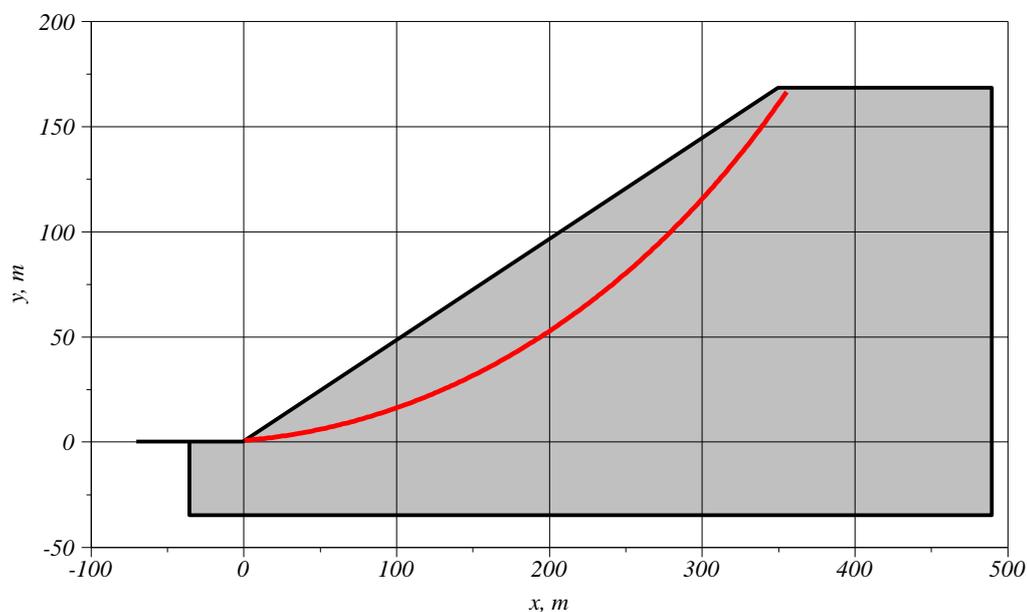


Рис. 4. Профиль поверхности возможного обрушения

Последующие результаты вариантов расчета приведены в табл. 3 – 5.

Таблица 3

Результаты расчетов. Вариант 2

$K_{уст}$	Радиус, м	Координаты центра КЦПС		Границы возможного скольжения	
		R_x , м	R_y , м	x_{left} , м	x_{right} , м
1.2844	574.6578	-51.1840	572.3827	0.0227	357.1127
1.2844	587.7944	-58.4416	585.4464	1.4902	355.3709
1.2844	583.4785	-58.4416	581.0918	1.4482	353.6291
1.2845	569.7386	-51.1840	568.0282	1.5276	354.5000
1.2845	601.5865	-65.6992	598.5101	1.4145	354.5000
1.2845	605.9220	-65.6992	602.8646	1.3928	356.2418
1.2845	592.1161	-58.4416	589.8010	1.5178	357.1127
1.2846	574.0394	-51.1840	572.3827	1.6188	356.2418
1.2846	610.2628	-65.6992	607.2192	1.3579	357.9836
1.2847	619.7616	-72.9568	615.9283	1.3205	355.3709

Таблица 4

Результаты расчетов. Вариант 3

$K_{уст}$	Радиус, м	Координаты центра КЦПС		Границы возможного скольжения	
		R_x , м	R_y , м	x_{left} , м	x_{right} , м
1.3564	476.5766	-2.4416	476.5824	0.0253	360.7418
1.3564	493.4602	-9.6992	494.0006	1.3853	360.7418
1.3565	506.9159	-16.9568	507.0643	0.9698	359.8709
1.3565	489.2804	-9.6992	489.6461	1.0059	359.0000
1.3566	485.1099	-9.6992	485.2915	0.6064	357.2582
1.3566	502.7127	-16.9568	502.7098	0.6354	358.1291
1.3568	511.1276	-16.9568	511.4189	1.2852	361.6127
1.3568	475.9133	-2.4416	476.5824	1.4267	359.8709
1.3568	471.7688	-2.4416	472.2278	0.9822	358.1291
1.3569	480.9490	-9.6992	480.9370	0.1866	355.5164

Как видно из вариантов, приведенных в табл. 2, расчеты проведены для геометрии плотины. В исходных данных варьировались значения сцепления грунта и тангенс угла внутреннего трения. Из результатов оценки устойчивости откоса плотины можно констатировать, что уменьшение сцепления грунта приводит к уменьшению значения коэффициента устойчивости (варианты 1-4), к такому выводу также приводит снижение тангенса угла внутреннего трения. Для варианта 1-4 центры и радиусы КЦПС, а также их местоположения приведены на рис. 5.

Таблица 5

Результаты расчетов. Вариант 4

$K_{уст}$	Радиус, м	Координаты центра КЦПС		Границы возможного скольжения	
		R_x , м	R_y , м	x_{left} , м	x_{right} , м
1.3882	460.7122	5.9360	460.8307	0.3182	361.6127
1.3883	478.1304	-1.3216	478.2490	0.2524	362.4836
1.3885	460.0402	5.9360	460.8307	1.6877	360.7418
1.3886	473.3196	-1.3216	473.8944	1.2117	359.8709
1.3887	455.9306	5.9360	456.4762	1.1882	359.0000
1.3888	477.4681	-1.3216	478.2490	1.6461	361.6127
1.3888	495.6819	-8.5792	495.6672	0.1288	363.3546
1.3889	464.8302	5.9360	465.1853	0.7989	363.3546
1.3889	490.8453	-8.5792	491.3126	1.1756	360.7418
1.3889	469.1813	-1.3216	469.5398	0.7566	358.1291

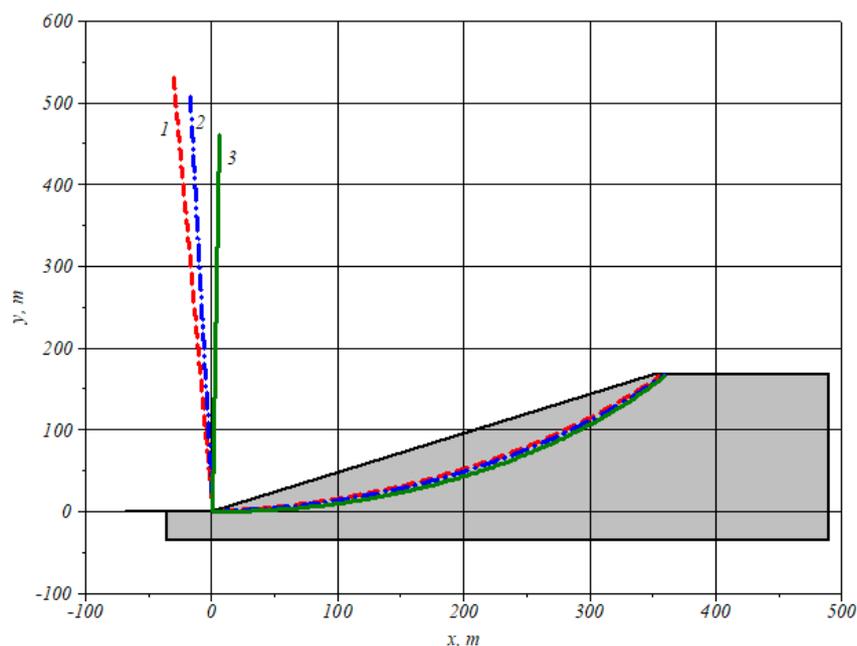


Рис. 5. Центры и радиусы КЦПС для вариантов 2-4 (соответственно кривые 1-3)

Отметим, что приведенные результаты не претендуют на полноту исследования устойчивости откоса плотины, а лишь показывают работоспособность разработанной методики и программы расчета.

Заключение. Использование в инженерной практике большого числа расчетных методов для оценки устойчивости грунтовых массивов свидетельствует о сложности задачи и незавершенности процесса поиска ее решения, которое удовлетворяло бы исследователей и проектировщиков.

Определение наиболее опасной кругло-цилиндрической поверхности скольжения существующими методами, путем выделенной области не гарантирует нахождение минимума значения коэффициента устойчивости, поскольку возможно существование нескольких локальных минимумов в других областях.

Многообразие трактовок коэффициента устойчивости свидетельствует о том, что коэффициент устойчивости дает, по существу, лишь относительную оценку устойчивости, выявляя меру устойчивости в рамках расчетных предпосылок применяемого метода, поэтому разработка универсального метода для количественной оценки устойчивости остается пока нерешенной проблемой.

Разработана методика определения центра и радиуса КЦПС и реализована на ЭВМ. Путем сравнения результатов с другими методами, показано преимущество методики и область, обеспечивающая минимум коэффициента устойчивости, лежащий за пределами выделенной области при применении традиционных способов.

На основании вышеизложенного, можно сделать следующие выводы.

Метод кругло-цилиндрических поверхностей скольжения является эффективным инструментом для оценки устойчивости откосов, особенно при наличии неоднородных грунтовых условий.

Предложенный алгоритм и программа позволяют точнее определять опасные поверхности скольжения и минимизировать коэффициент устойчивости.

Результаты расчетов подтверждают, что метод кругло-цилиндрических поверхностей скольжения может быть успешно применен для анализа устойчивости грунтовых плотин и других инженерных сооружений.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Huang Y.H. Slope Stability Analysis by the Limit Equilibrium Method. Slope Stability Analysis by the Limit Equilibrium Method: Fundamentals and Methods. Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 2014, 365 p.
- [2] Terzaghi K. Theoretical Soil Mechanics. John Wiley & Sons, Inc. Printed in the USA, 2001, 526 p.
- [3] Usarov M., Ayubov G., Usarov D., Mamatisaev G. Spatial Vibrations of High-Rise Buildings Using a Plate Model // Lecture Notes in Civil Engineering. 2022, Vol 182, pp. 403–418.
- [4] Usarov M., Mamatisaev G., Ayubov G., Usarov D., Khodzhaev D. Dynamic calculation of boxed design of buildings // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2020, Vol. 883, P. 012186.
- [5] Usarov M., Mamatisaev G., Usarov D. Calculation of compelled fluctuations of panel buildings // IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 2022, Vol. 1076, P. 02002.
- [6] Usarov M., Usarov D., Mamatisaev G. Calculation of a spatial model of a box-type structure in the LIRA design system using the finite difference method // Lecture Notes in Networks and Systems. 2022, Vol.403, pp.1267–1275.
- [7] Khusanov B., Khaydarova O. Stress-strain state of earth dam under harmonic effect // E3S Web of Conferences. 2019, Vol. 97, P.05043.
- [8] Bakhtiyar K., Barno R. Numeric Simulation of Subsidence of Loess Soil under Wetting in a Limited Area // Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences. 2023, Vol.104, No. 2, pp. 1-18.
- [9] Sultanov K.S., Khalikulov E.K., Loginov P. V. Definition of dynamic loads on conveyor bearing edge of Muruntau open pit // Gorn. Zhurnal. 2013, Vol. 8, No. 1, pp. 36–39.
- [10] Duncan J.M. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering // Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering. 2000, Vol. 126, No. 4, pp. 307–316.
- [11] Morgenstern N.R., Price V.E. The analysis of the stability of general-slip surface // Geotechnique. 1965, Vol. 15, No. 1, pp. 70–93.
- [12] Barton N.R., Bandis S. Review of predictive capabilities of JRC-JCS model in engineering practice // Rock joints: Proc. Int. Symp. on Rock Joints / N.Barton, O.Stephansson, eds. Rotterdam: Balkema. 1990, pp. 603-610.
- [13] Zhang Z., Chang C., Zhao Z. Influence of the Slope Shape on Seismic Stability of a Slope // Advances in Civil Engineering. 2020, Vol. 2020, Article ID 8826564, 8 p.
- [14] Bakhtiyar K., Shovkat N., Ozodalron K. On one method for assessing the soil slope stability // AIP Conf. Proc. 2022, Vol.2637, P.030012.
- [15] Sultanov K., Umarchonov S., Normatov Sh. Calculation of earth dam strain under seismic impacts // International Conference on Actual Problems of Applied Mechanics, APAM 2021: proceedings. Tashkent. 2021, Art. 030008, pp. 1–7.

Дата поступления
07.09.2025

Normatov Sh.I. Aylana markazini avtomatlashtirilgan aniqlash algoritmini qo'llab, gruntli to'g'on qiyaliklari ustuvorligini minimal ustuvorlik koeffitsiyentini doiraviy-silindrik siljish sirti usuli bilan aniqlash

Annotatsiya. Maqola dumaloq silindrik sirpanish sirtlari usulidan foydalanib gruntli to'g'on qiyaliklarining ustuvorligini hisoblashga bag'ishlangan. Me'yoriy hujjatlarda tavsiflangan an'anaviy yondashuvdan farqli o'laroq, maqolada sirpanish aylanasining markazini aniqlashning muqobil usuli taklif etilgan bo'lib, bu barqarorlik zaxira koeffitsiyentini aniqroq baholash imkonini beradi. Asosiy e'tibor sirpanish yuzasida erishiladigan ustuvorlik koeffitsiyentining minimal qiymatini topishga qaratilgan. Maqolada dumaloq silindrsimon sirpanish sirtlari usulining nazariy asoslari, jumladan Kulon chegaraviy muvozanat tenglamasi ko'rib chiqilgan hamda sirpanish egri chiziqlarining eng xavfli markazlari va radiuslarini aniqlash algoritmi taklif etilgan. Qiyaliklarning turg'unligini avtomatlashtirilgan hisoblash uchun dastur ishlab chiqilgan bo'lib, u qiyaliklarning turli geometrik parametrlarini va grunt massivining bir jinsli emasligini hisobga olish imkonini beradi. Dastur dastlabki ma'lumotlarning bir nechta variantlarida, jumladan tuproqning turli xil bog'lanish qiymatlarida va ichki ishqalanish burchagida sinovdan o'tkazildi. Hisoblash natijalari shuni ko'rsatdiki, gruntning yopishqoqligi va ichki ishqalanish burchagining kamayishi ustuvorlik koeffitsiyentining pasayishiga olib keladi.

Kalit so'zlar: qiyaliklar ustuvorligi, gruntli to'g'onlar, doiraviy-silindrik siljish sirti usuli, ustuvorlikning zaxira koeffitsiyenti, Kulon qonuni, avtomatlashtirilgan hisoblash, gruntning tishlashishi, ichki ishqalanish burchagi.

Normatov Sh.I. Determination of the minimum coefficient of stability of earth dam slopes by the method of circular-cylindrical sliding surface using an automated algorithm for finding the center of the circle

Abstract. This article is devoted to calculating the slope stability of earth dams using the method of circular cylindrical sliding surface. In contrast to the traditional approach described in regulatory documents, this article proposes an alternative method for determining the center of the sliding circle, allowing for a more accurate assessment of the stability factor. The focus is on finding the minimum value of the stability factor achieved on the sliding surface. The article examines the theoretical foundations of the circular cylindrical sliding surface method, including the Coulomb limit equilibrium equation, and proposes an algorithm for determining the most hazardous centers and radii of sliding curves. A program for automated slope stability calculations has been developed that takes into account various slope geometric parameters and soil mass heterogeneity. The program was tested on several initial data options, including different values of soil cohesion and the angle of internal friction. The calculation results showed that a decrease in soil cohesion and the angle of internal friction leads to a decrease in the stability factor.

Keywords: slope stability, earth dams, circular cylindrical sliding surface method, safety factor, Coulomb equation, automated calculation, soil cohesion, angle of internal friction.

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ С ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Кудратов А.Э.

Самаркандский государственный педагогический институт, Самарканд, Узбекистан.

E-mail: a_qudratov1985@mail.ru

Аннотация. В данной работе исследована устойчивость поперечных колебаний упругого стержня с упруго-диссипативными характеристиками гистерезисного типа и динамическими гасителями колебаний. Аналитически выражены условия устойчивости в зависимости от параметров системы, получен численный анализ и выводы. В частности, анализируется изменение условий устойчивости в зависимости от упругих элементов динамического демпфера и изменение условий устойчивости стационарных колебаний рассматриваемой системы.

Ключевые слова: поперечные колебания, динамический гаситель колебаний, устойчивость, уравнение движения, гистерезис, упругость.

Введение. Задачам гашения колебаний систем с распределенными параметрами с помощью динамических гасителей колебаний посвящено много научных статей. В работе [1] показано, что при присоединении к балке динамического гасителя колебаний, появляется новая собственная частота системы, близкая к парциальной частоте гасителя, которая в зависимости от параметров системы может принимать значения меньшее, большее и равное парциальной частоте гасителя. В [2] проводятся экспериментальные исследования и сравнительный анализ колебаний балки с двумя динамическими гасителями колебаний, симметрично расположенными относительно концов балки. Однако исследование колебательных движений механических систем с распределенными параметрами и динамическими гасителями с нелинейными упруго-диссипативными свойствами является весьма сложной задачей из-за многих факторов, которые сильно влияют на характер колебаний систем. Дифференциальные уравнения движений таких систем являются нелинейными и для решения требуют применения соответствующих методов. В работах [3, 4] рассмотрены задачи о нелинейных колебаниях стержня с динамическим гасителем колебаний с учетом упругодемпфирующих свойств гистерезисного типа при гармонических воздействиях. Было получено решение системы в виде передаточных функций. Были изучены задачи динамики [5, 6] нелинейных колебаний, а также их устойчивость [7, 8]. Исходя из вышеуказанного следует, что исследование колебаний и гашения колебаний балок остаётся актуальной задачей современной науки. В статье рассматривается устойчивость стационарных колебаний стержня с двумя динамическими гасителями колебаний (ДГК), движения которых описываются дифференциальными уравнениями [5].

Рассмотрим решение задачи о поперечных колебаниях стержня с двумя параллельно установленными ДГК, с помощью метода разложения в ряд по формам колебаний. Этот метод более удобен для оптимизации параметров ДГК при различных видах колебаний стержня с граничными условиями, когда требуется многократно вычислять амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) системы. Результаты работ [9, 10] подтверждают, что при достаточно большом декременте колебаний материала упругодемпфирующего элемента ДГК, нелинейность характеристики внутреннего сопротивления материала стержня незначительно влияет на колебания стержня и определение оптимальных параметров ДГК. Поэтому принимаем, что рассеяние энергии в материале стержня подчиняется гипотезе Е.С. Сорокина [11].

Стержень длиной l , шириной b , высотой h , закреплен на вибрирующем основании, движение его задано вдоль оси Oz . В точках стержня с координатами x_1, x_2 установлены ДГК (рис.1).

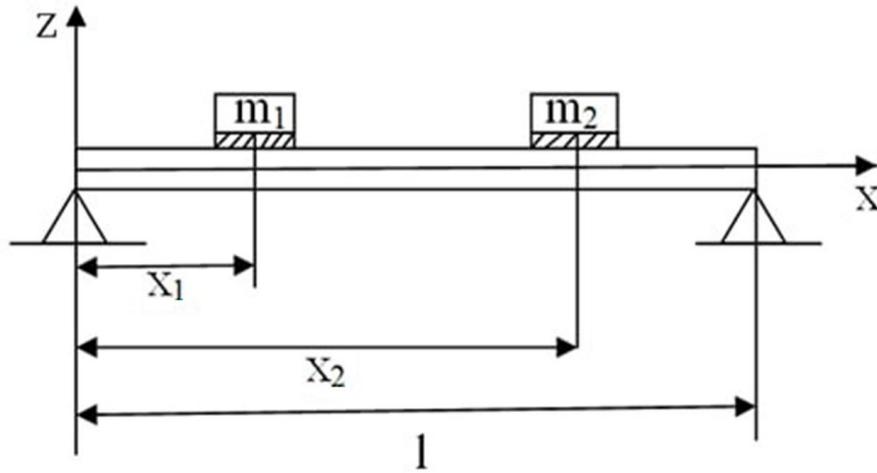


Рис. 1. Упругий стержень с динамическим гасителем.

Предложенная методика, эксперименты и результаты. Дифференциальные уравнения стержня и двух ДГК с гистерезисным рассеянием энергии при кинематическом возбуждении, запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - c_1 \delta_1(x-x_1) \zeta_1 - c_2 \delta_2(x-x_2) \zeta_2 &= -\rho F \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}; \\ m_1 \frac{\partial^2 w(x_1)}{\partial t^2} + m_1 \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial t^2} + c_1 \zeta_1 &= -m_1 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}; \\ m_2 \frac{\partial^2 w(x_2)}{\partial t^2} + m_2 \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial t^2} + c_2 \zeta_2 &= -m_2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где M - изгибающий момент; ρ , F - плотность материала и площадь поперечного сечения стержня соответственно; w - функция прогиба стержня; w_0 - перемещение основания; $w(x_1)$, $w(x_2)$ - перемещение точек стержня, в которых установлены ДГК; c_1 , c_2 - коэффициенты жесткости упругодемпфирующих элементов ДГК; m_1 , m_2 - массы ДГК; ζ_1 , ζ_2 - перемещения ДГК относительно стержня; $\delta_1(x-x_1)$, $\delta_2(x-x_1)$ - дельта-функции Дирака; x_1 , x_2 - координаты установки ДГК.

Зависимость между нормальным напряжением σ_n и относительной деформацией ξ_{ot} запишем в виде

$$\sigma_N = E \{1 + (-\eta_1 + j\eta_2) [C_0 + f(\xi_{ot})]\} \xi_{ot}, \quad (2)$$

где E - модуль упругости материала стержня; η_1, η_2 - постоянные коэффициенты, зависящие от диссипативных свойств материала стержня, определяемые из соответствующей зависимости контура петли гистерезиса; $f(\xi_{ot})$ - декремент колебаний стержня; аналогично (2), запишем

$$f(\xi_{om}) = C_1 \xi_{om} + \dots + C_n \xi_{om}^n;$$

C_1, C_2, \dots, C_n - экспериментально определяемые коэффициенты петли гистерезиса, зависящие от демпфирующих свойств материала стержня [12-15].

Учитывая (5.7), а также выражение для относительной деформации

$$\xi_{ot} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} z, \quad (3)$$

вычислим изгибающий момент, действующий в сечении стержня по методике, приведенной в [13].

$$M = \int_F \sigma z dz = EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left[1 + C_0(-\eta_1 + j\eta_2) + \frac{24}{h^3} (-\eta_1 + j\eta_2) \int_0^{h/2} f(\xi_{ot}) z^2 dz \right], \quad (4)$$

где $J=bh^3/12$ - момент инерции сечения стержня. Подставляя выражение (4) в первое уравнение системы (1) и учитывая соотношение (3), запишем дифференциальное уравнение поперечных колебаний стержня с ДГК в следующем виде:

$$EI[1+C_0(-\eta_1 + j\eta_2)]\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{24}{h^3}EJ(-\eta_1 + j\eta_2)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\int_0^{h/2} f(\xi_{ot})z^2 dz\right] + \rho F\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} -$$

$$-c_1 R_1 \delta_1(x-x_1)\zeta_1 - c_2 R_2 \delta_2(x-x_2)\zeta_2 = -\rho F\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}; \quad (5)$$

$$m_1 \frac{\partial^2 w(x_1)}{\partial t^2} + m_1 \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial t^2} + c_1 R_1 \zeta_1 = -m_1 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2};$$

$$m_2 \frac{\partial^2 w(x_2)}{\partial t^2} + m_2 \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial t^2} + c_2 R_2 \zeta_2 = -m_2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}.$$

Для решения системы уравнений (5) функции прогиба стержня $w(x, t)$ разложим в ряд по собственным формам колебаний

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(x) q_k(t), \quad (6)$$

где $q_k(t)$ - функция времени; $u_k(x)$ - k -ая собственная форма колебаний стержня, удовлетворяющая уравнению

$$EJ \frac{\partial^4 u_k}{\partial x^4} - \rho F p_k^2 u_k = 0, \quad (7)$$

вместе с граничными условиями. Здесь, $u_k = u_k(x)$; p_k - частота собственных колебаний стержня без рассеяния энергии. Представим функцию $q_k(t)$ в виде $q_k(t) = q_{ka} \cos(\omega t + \varphi)$, где ω , φ - частота и фаза колебаний. Подставив (6) в (3), получим следующее выражение для амплитудного значения относительной деформации:

$$\xi_{om} = \left| \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \right| q_{ka} z. \quad (8)$$

Подставляя затем (8) в выражение $f(\xi_{ot})$, а также (6) в систему уравнений (5) и учитывая соотношение (7), после преобразований имеем

$$\sum_{k=1}^{\infty} \{ [\ddot{q}_k + (1 + C_0(-\eta_1 + j\eta_2)) p_k^2 q_k] u_k +$$

$$+ \frac{3EI}{\rho F} (-\eta_1 + j\eta_2) q_k \sum_{i=1}^{r_3} C_i q_{ka}^i \frac{h^i}{2^i (i+3)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \left| \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \right|^i \right) \} - \frac{c_1}{\rho F} \zeta_1 \delta(x-x_1) -$$

$$- \frac{c_2}{\rho F} \zeta_2 \delta(x-x_2) = -W_0; \quad (9)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} u_{k1} \ddot{q}_k + \ddot{\zeta}_1 + n_1^2 \zeta_1 = -W_0; \quad \sum_{k=1}^{\infty} u_{k2} \ddot{q}_k + \ddot{\zeta}_2 + n_2^2 \zeta_2 = -W_0.$$

Используя метод Бубнова-Галеркина для первого уравнения системы (9), на основании условия ортогональности собственных функций u_k , для одночленной аппроксимации получим систему следующих обыкновенных дифференциальных уравнений относительно q_k, ζ_1, ζ_2 ($k=1, n$),

$$\ddot{q}_k + [1 + (-\eta_1 + j\eta_2)N] p_k^2 q_k - \mu_1 \mu_k n_1^2 u_{k1} \zeta_1 - \mu_2 \mu_k n_2^2 u_{k2} \zeta_2 = -d_k W_0;$$

$$u_{k1} \ddot{q}_k + \ddot{\zeta}_1 + n_1^2 \zeta_1 = -W_0; \quad (9)$$

$$u_{k2} \ddot{q}_k + \ddot{\zeta}_2 + n_2^2 \zeta_2 = -W_0,$$

где $j^2 = -1$; p_k – частота собственных колебаний стержня; $m_s = \rho Fl$ – масса стержня; m_1, m_2 – массы динамических гасителей колебаний; $u_k(x)$ – собственные формы колебаний стержня; $W_0 = \partial^2 w_0 / \partial t^2$ – ускорение основания, $u_{k1} = u(x_1)$, $u_{k2} = u(x_2)$, x_1, x_2 – координаты установки ДГК; $n_1 = \sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$, $n_2 = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$; c_1, c_2 ; ζ_1, ζ_2 – частоты колебаний; коэффициенты жесткости упругих элементов и относительные перемещения ДГК.

$$\mu_1 = \frac{m_1}{m_s}; \mu_2 = \frac{m_2}{m_s}; \mu_k = \frac{l}{d_{2k}}; d_k = \frac{d_{1k}}{d_{2k}}; d_{1k} = \int_0^l u_k dx; d_{2k} = \int_0^l u_k^2 dx.$$

$$N = C_0 + \frac{3EJ\mu_k}{m_s p_k^2} \sum_{i=1}^{r_2} C_i q_{ka}^i \frac{h^i}{2^i (i+3)} G_{ki}; G_{ki} = \int_0^l u_k \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \left| \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \right|^i \right) dx.$$

Ускорение основания при гармонических колебаниях равно

$$W_0 = w_{as} \cos \omega t,$$

где w_{as} – амплитудное значение ускорения; ω – частота.

Найдены передаточные функции системы (9) в виде

$$q_k(j\omega) = -\frac{B_1(\omega) + jB_2(\omega)}{B_3(\omega) + jB_4(\omega)} w_0; \zeta_1(j\omega) = -\frac{B_5(\omega) + jB_6(\omega)}{B_3(\omega) + jB_4(\omega)} w_0;$$

$$\zeta_2(j\omega) = -\frac{B_7(\omega) + jB_8(\omega)}{B_3(\omega) + jB_4(\omega)} w_0,$$

где

$$B_1(\omega) = d_k \omega^4 - A_1 \omega^2 + A_2; B_2(\omega) = -A_3 \omega^2 + A_4; B_3(\omega) = -\omega^6 + A_5 \omega^4 - A_6 \omega^2 + A_7;$$

$$B_4(\omega) = A_8 \omega^4 - A_9 \omega^2 + A_{10}; B_5(\omega) = (1 - d_k u_{k1}) \omega^4 - A_{11} \omega^2 + A_{12}; B_6(\omega) = -A_{13} \omega^2 + A_{14};$$

$$B_7(\omega) = (1 - d_k u_{k2}) \omega^4 - A_{15} \omega^2 + A_{16}; B_8(\omega) = -A_{17} \omega^2 + A_{18};$$

$$A_1 = n_1^2 T_1 + n_2^2 T_2; A_2 = n_1^2 n_2^2 T_3; A_3 = 0; A_4 = 0; A_5 = p_k^2 (1 - \eta_1 N) + n_1^2 T_6 + n_2^2 T_7;$$

$$A_6 = (n_1^2 + n_2^2) p_k^2 (1 - \eta_1 N) + n_1^2 n_2^2 T_8; A_7 = n_1^2 n_2^2 p_k^2 (1 - \eta_1 N); A_8 = p_k^2 \eta_2 N; A_9 = (n_1^2 + n_2^2) p_k^2 \eta_2 N;$$

$$A_{10} = n_1^2 n_2^2 p_k^2 \eta_2 N; A_{11} = p_k^2 (1 - \eta_1 N) + T_4 n_2^2; A_{12} = n_2^2 p_k^2 (1 - \eta_1 N); A_{13} = p_k^2 \eta_2 N; A_{14} = n_2^2 p_k^2 \eta_2 N;$$

$$A_{15} = p_k^2 (1 - \eta_1 N) + n_1^2 T_5; A_{16} = n_1^2 p_k^2 (1 - \eta_1 N); A_{17} = p_k^2 \eta_2 N; A_{18} = n_1^2 p_k^2 \eta_2 N;$$

$$T_1 = d_k + \mu_k \mu_1 u_{k1}; T_2 = d_k + \mu_k \mu_2 u_{k2}; T_3 = d_k + \mu_k (\mu_1 u_{k1} + \mu_2 u_{k2});$$

$$T_4 = 1 + \mu_k \mu_2 u_{k2} (u_{k2} - u_{k1}) - u_{k1} d_k; T_5 = 1 + \mu_k \mu_2 u_{k1} (u_{k1} - u_{k2}) - u_{k2} d_k;$$

$$T_6 = 1 + \mu_k \mu_1 u_{k1}^2; T_7 = 1 + \mu_k \mu_2 u_{k2}^2; T_8 = 1 + \mu_k (\mu_1 u_{k1}^2 + \mu_2 u_{k2}^2).$$

Решения системы (9) ищутся в виде

$$q_i = a_i \cos(\omega t + \alpha_i);$$

$$\zeta_1 = a_2 \cos(\omega t + \beta_1);$$

$$\zeta_2 = a_3 \cos(\omega t + \beta_2),$$
(10)

где амплитуды и фазы $a_i, \alpha_i, a_2, \beta_1, a_3, \beta_2$ колебаний рассматриваются как медленно изменяющиеся.

Подставляя (10) в уравнения (9) и приравнявая вторые производные нулю, находим уравнения движения в нормальном виде.

$$\dot{a}_1 = \omega^{-1} [d_k w_0 \sin \alpha - a_1 p_k^2 \eta_2 N + \mu_1 \mu_k u_{k1} n_1^2 a_2 H_{11} + \mu_2 \mu_k u_{k2} n_2^2 a_3 H_{12}];$$

$$\dot{\alpha} = (a_1 \omega)^{-1} [d_k w_0 \cos \alpha + a_1 p_k^2 (1 - \eta_1 N) - a_1 \omega^2 - \mu_1 \mu_k u_{k1} n_1^2 a_2 H_{21} + \mu_2 \mu_k u_{k2} n_2^2 a_3 H_{22}];$$

$$\dot{a}_2 = \omega^{-1} [(1 - u_{k1} d_k) w_0 \sin \beta_1 + u_{k1} p_k^2 a_1 H_{31} - \mu_2 \mu_k u_{k1} u_{k2} n_2^2 a_3 H_{32}];$$
(11)

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_1 &= (a_2\omega)^{-1}[(1-u_{k1}d_k)w_0 \cos\beta_1 + a_2n_1^2T_6 - a_2\omega^2 - u_{k1}p_k^2a_1H_{41} - \mu_2\mu_k u_{k1}u_{k2}n_2^2a_3H_{42}]; \\ \dot{a}_3 &= \omega^{-1}[(1-u_{k2}d_k)w_0 \sin\beta_2 + u_{k2}p_k^2a_1H_{51} - \mu_1\mu_k u_{k1}u_{k2}n_1^2a_2H_{52}]; \\ \dot{\beta}_2 &= (a_3\omega)^{-1}[(1-u_{k2}d_k)w_0 \cos\beta_2 + a_3n_2^2T_7 - a_3\omega^2 - u_{k2}p_k^2a_1H_{61} + \mu_1\mu_k u_{k1}u_{k2}n_1^2a_2H_{62}];\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}H_{11} &= \sin(\beta_1 - \alpha); H_{12} = \sin(\beta_2 - \alpha); H_{21} = -\cos(\beta_1 - \alpha); H_{22} = -\cos(\beta_2 - \alpha); \\ H_{31} &= \eta_2 N \cos(\beta_1 - \alpha) - (1 - \eta_1 N) \sin(\beta_1 - \alpha); H_{32} = \sin(\beta_2 - \beta_1); \\ H_{41} &= \eta_2 N \sin(\beta_1 - \alpha) + (1 - \eta_1 N) \cos(\beta_1 - \alpha); H_{42} = -\cos(\beta_2 - \beta_1); \\ H_{51} &= \eta_2 N \cos(\beta_2 - \alpha) - (1 - \eta_1 N) \sin(\beta_2 - \alpha); H_{52} = -\sin(\beta_2 - \beta_1); \\ H_{61} &= \eta_2 N \sin(\beta_2 - \alpha) + (1 - \eta_1 N) \cos(\beta_2 - \alpha); H_{62} = \cos(\beta_2 - \beta_1).\end{aligned}$$

Проведены проверка устойчивости и численный анализ совместных поперечных колебаний стержня с упруго-диссипативными характеристиками гистерезисного типа и динамическими гасителями колебаний с линейной упругой характеристикой.

В качестве материала консольной балки, один конец которой жёстко закреплён, а другой свободен, используется сталь марки 40X [16].

$$E = 2.08 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}; \quad \rho = 7810 \frac{kg}{m^3};$$

Размеры стержня принимаем следующими:

$$l = 25 \cdot 10^{-2} m; b = 10^{-2} m; h = 2 \cdot 10^{-2} m; F = 2 \cdot 10^{-4} m^2.$$

$$m_s = \rho Fl = 3.905 \cdot 10^{-1} kg.$$

Как известно, собственная частота стержня определяется следующим образом [17-21]:

$$p_k = \left(\frac{1.875}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EJ}{m_0}},$$

здесь m_0 — масса стержня, приходящаяся на единицу длины:

$$m_0 = \frac{m_s}{l} = 1.562 \frac{kg}{m}; J = \frac{bh^3}{12} = 6.67 \cdot 10^{-9} m^4; p_k = 167.598 s^{-1}.$$

Жёсткостные коэффициенты упругих элементов динамических гасителей принимаем следующими: $c_1 = c_2 = 100 N/m$.

Форма собственных колебаний

$$u_k(x) = \frac{1}{2} \left(\cosh\left(\frac{\pi}{l}x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{l}x\right) - \frac{\sinh(1.875) - \sin(1.875)}{\cosh(1.875) + \cos(1.875)} \left(\sinh\left(\frac{\pi}{l}x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right) \right) \right).$$

Исследовано влияние отношения масс ДГК и основного элемента на устойчивость колебаний; показано, что с уменьшением этого параметра частоты, области неустойчивых амплитуд приближаются с двух сторон к частоте антирезонанса.

Численный анализ проводится для определения первой собственной формы колебаний в двух отдельных случаях: 1) сначала выполняется численный анализ при изменении массовых соотношений μ_1 и μ_2 - отношений масс динамических виброгасителей (ДГК) к массе балки; 2) по полученным зависимостям строятся графики амплитудно-частотных характеристик системы и определяются примерные места установки ДГК.

При исследовании движения стержня с динамическими гасителями важную роль играет выбор массы динамического гасителя. В нашей работе рассмотрено соотношение масс динамических гасителей к массе стержня. В каждом случае представлен график амплитудно-частотной зависимости: в первом случае выбрана доля 0,05 (красная линия), во втором - 0,04 (синяя линия), в третьем - 0,03 (жёлтая линия). Из графиков видно, что при уменьшении массы и увеличении частоты наблюдается смещение областей устойчивости и неустойчивости.

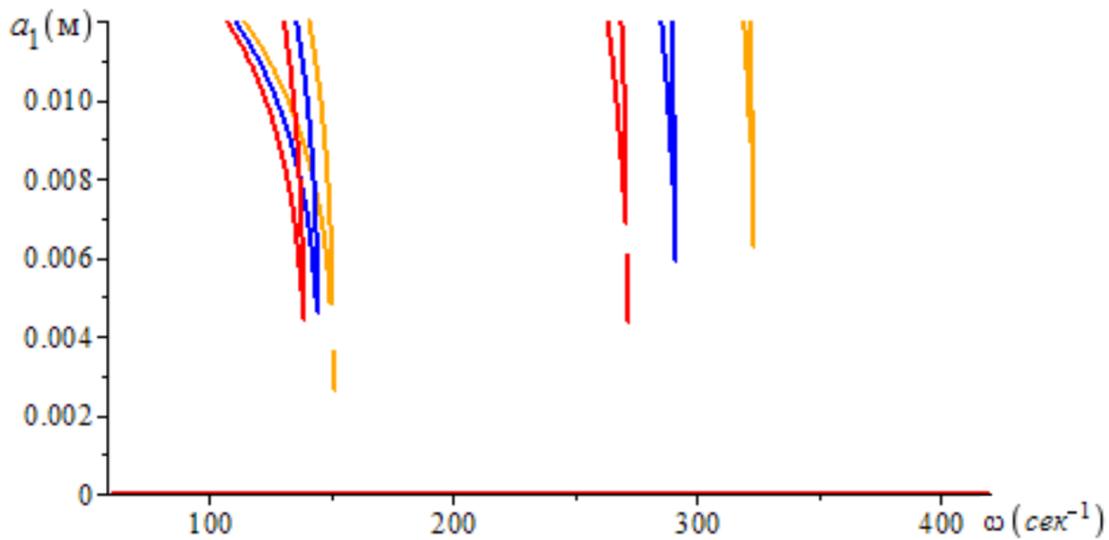


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики стержня с ДГК при различных значениях $\mu=m/m_{cm}=0.5; 0.4; 0.3$.

При увеличении массы динамического гасителя резонансная частота уменьшается, амплитуда колебаний снижается, и при определённом значении массы колебания становятся минимальными - это является основным показателем для определения оптимальной массы. С увеличением массы динамического гасителя резонансная частота системы понижается, а амплитуда колебаний уменьшается.

Если точки установки динамических гасителей перемещать симметрично вдоль длины стержня, не изменяя их массы, то область приоритетности также изменяется в зависимости от частоты. В первом случае (красная линия) гасители установлены в точках $2l/3$ и l , во втором случае (синяя линия) - в точках $3l/4$ и l , в третьем случае (жёлтая линия) - в точках $4l/5$ и l , а в четвёртом случае (чёрная линия) - в точках $5l/6$ и l .

Из графиков видно, что по мере симметричного удаления точек установки динамических гасителей от центра стержня области устойчивости сближаются.

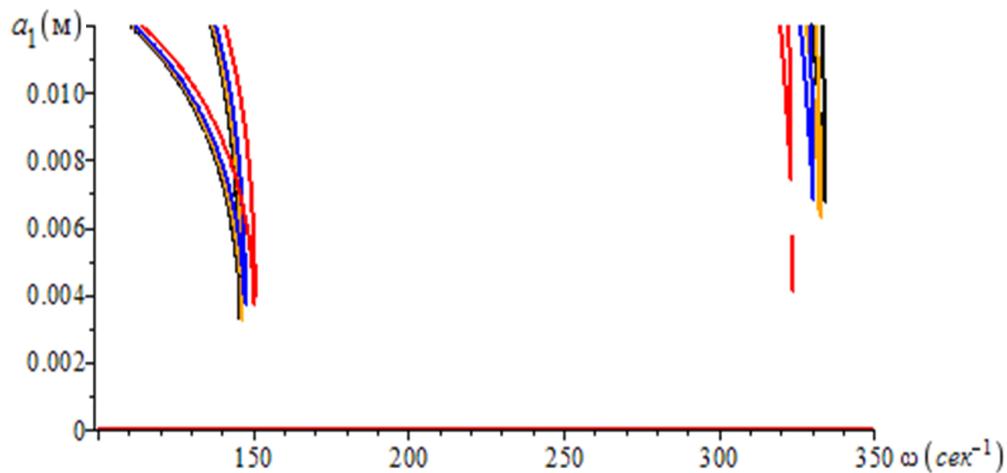


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики, координаты установки ДГК

Преобразование координат значительно смещает резонансные частоты системы, но сохраняет общую картину колебаний. Это позволяет управлять областями резонанса, не изменяя динамическую устойчивость системы. Таким образом, преобразование координат является удобным способом оптимизации резонансных частот и эффективного управления вибрациями.

Выводы и заключение. Рассмотрена задача устойчивости стационарных амплитуд гармонических колебаний стержня с динамическим гасителем упругодемпфирующими характеристиками гистерезисного типа. Исследованием наличия вертикальных касательных на графиках амплитудно-частотных характеристик получены выражения для определения устойчивых и неустойчивых амплитуд гармонических колебаний. Полученные равенства для определения границ устойчивости были сравнены с ранее известными результатами.

Построены амплитудно-частотные характеристики рассматриваемой системы при различных значениях параметров системы и различных мест установки динамического гасителя колебаний. Показано, что в случаях, когда динамический гаситель колебаний установлен в узловых точках, эффект динамического гасителя колебаний не наблюдается.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Брискин Е.С. Демпфирование колебаний механических систем динамическими гасителями с полостями, частично заполненными сыпучими средами // Изв. вузов. Машиностроение. 1980, №2. стр. 27-30.
- [2] Брискин Е.С. О демпфировании колебаний одной группой динамических гасителей двух близких резонансных состояний механической системы // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1980, №12, стр. 40-44.
- [3] Закиров И.М., Пикулев Н.А. Экспериментальное исследование колебаний системы с группой динамических гасителей // Стронт. Механика и расчёт сооружений. 1978, №1, стр. 61-63.
- [4] Карамышкин В.В. Динамическое гашение колебаний. Л: Машиностроение. 1988, 108 с.
- [5] Корнев Б.Г., Резников Л.М. Динамические гасители колебаний: Теория технические приложения. М.: Наука, 1988, 304 с.
- [6] Куок А.П., Арора Дж.С., Хоуг Э.Дж. Оптимальное проектирование демпфированных виброгасителей для конечного диапазона частот // Ракетная техника и космонавтика. 1975, № 4, стр. 154-156.
- [7] Марков И. Оптимальные параметры на двумасов динамический гаситель на трептения // Год. Висш. инст. архит. и стр-во София: Св.5. 1990, № 34, стр.85-96.
- [8] Нелинейные задачи динамики виброзащитных систем / Павловский М.А., Рыжков Л.М., Яковенко В.Б., Дусматов О.М. К.: Техника. 1997, 204 с.
- [9] Павловский М.А., Рыжков Л.М., Дусматов О.М. О выборе параметров динамических гасителей колебаний с гистерезисным рассеянием энергии // Пробл. Прочности. 1987, №10, стр. 103-106.
- [10] Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов: Справочник. К.: Наук. думка. 1971, 327 с.
- [11] Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем. М: Госстройиздат.1960, 131 с.
- [12] Зыков А.А. Основы теории графов. М: Наука. 1987, 381 с.
- [13] Писаренко Г.С., Богинич О.Е. Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учетом диссипации энергии. К.: Наук. думка. 1982, 220 с.
- [14] Ли С. Оптимальное проектирование линейных и нелинейных виброгасителей для задемпфированных систем. // Конструирование и технология машиностроения. Пер. с англ. М.: Мир. 1983, Том 105, №1, стр. 60-66.
- [15] Shpachuk V., Rubanenko A., Vashchenko Y., Beketov O. M. Influence of mechanical and structural parameters of the rod with mass damper on the natural frequencies of transverse vibrations // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія: Гірництво. 2017, Вип. 134, стр. 142-149.
- [16] Zainulabidin M. H., Jaini N. Vibration Analysis of a Beam Structure Attached with a Dynamic Vibration Absorber // Applied Mechanics and Materials. 2013, Vol. 315, pp. 315-319.
- [17] Павловский М. А., Рыжков Л. М., Яковенко В. Б., Дусматов О. М. Нелинейные задачи динамики виброзащитных систем. Киев: Техніка, 1997, 204 с.
- [18] Рыжков Л.М., Дусматов О.М. О колебаниях стержня с динамическим гасителем // Вестник Киевского политехнического института. Серия: Приборостроение. 1987, Вып. 17, стр. 74-78.
- [19] Dumatov O., Buranov Kh., Kudratov A. Stability of an elastic rod with dynamic absorbers under harmonic transverse vibrations // AIP Conference Proceedings. 2025, Vol. 3177, P. 080002.
- [20] Buranov Kh., Li Q., Popov V. L. Area and boundary contributions to friction in an adhesive contact of power-law indenters // AIP Conference Proceedings. 2025, Vol. 3177, P. 040002.
- [21] Khodjabeikov M. U., Buranov Kh. M., Kudratov A. E. Modal Mass and Stiffness of Hysteresis Type Elastic Dissipative Characteristic Plate // AIP Conference Proceedings. 2022, Vol. 2637, P. 050004.

Дата поступления
19.09.2025

Kudratov A.E. Dinamik so'ndirgichlar o'rnatilgan elastik sterjenning ko'ndalang tebranishlari ustuvorligi.

Annotatsiya. Ushbu maqolada gisterezis tipidagi elastik-dissipativ xususiyatlarga ega bo'lgan elastik sterjenning dinamik so'ndirgichlar bilan birgalikdagi ko'ndalang tebranishlarining ustuvorligi tadqiq etildi. Sistema parametrlari orqali ustuvorlik shartlari analitik ravishda ifodalandi, sonli tahlil va xulosalar keltirildi. Xususan, dinamik so'ndirgichning elastik elementlari parametrlariga bog'liq holda ustuvorlik shartlarining o'zgarishi hamda sistemaning stasionar tebranishlaridagi ustuvorlik holatlari tahlil qilindi.

Kalit so'zlar: Ko'ndalang tebranish, dinamik so'ndirgich, ustuvorlik, harakat tenglamasi, gisterizis, elastik.

Kudratov A.E. Stability of an elastic rod with vibration dampers under transverse oscillations.

Abstract. *This paper investigates the transverse vibration stability of an elastic rod with hysteresis-type elastic-dissipative characteristics and dynamic vibration dampers. Stability conditions are analytically expressed as functions of system parameters, and a numerical analysis and conclusions are obtained. In particular, the change in stability conditions depending on the elastic elements of the dynamic damper and the change in stability conditions for stationary vibrations of the system under consideration are analyzed.*

Keywords: *transverse vibration, dynamic absorber, stability, equation of motion, hysteresis, elasticity.*

УДК 539.3

ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КАСАТЕЛЬНЫХ НАГРУЗОК НА ОСНОВЕ БИМОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ

Усанов Ф.А.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан.

E-mail: usanovfurqat94@mail.ru

Аннотация. *Статья посвящена оценке напряжённо-деформированного состояния (НДС) пластины под действием касательных нагрузок, приложенных по её лицевой поверхности, на основе бимоментной теории пластин. В работе предложена методика и программа расчёта НДС, а также приведена математическая постановка динамической задачи колебаний консольной пластины. Предложены дифференциальные уравнения движения с соответствующими граничными условиями, которые учитывают силы, моменты и бимоменты. Решение задачи осуществлялось с помощью метода конечных разностей. Приведены численные результаты расчета нормальных напряжений.*

Ключевые слова: *Перемещения, напряжения, силы, моменты, бимоменты, напряженно-деформированное состояние, бимоментная теория, касательная нагрузка, уравнения движения, граничные условия, метод конечных разностей.*

Введение. Расчет прочности колебаний пластины под действием касательных нагрузок является одним из важнейших вопросов механики деформируемого твёрдого тела, поскольку такие проблемы часто встречаются в строительстве. Особый интерес представляют тонкие пластины, подвергающиеся не только нормальным, но и касательным нагрузкам. Такие силы могут возникать, например, при трении, в условиях контакта пластины с грунтом, в результате технологических воздействий. Многие известные ученые проводили научные исследования по вопросам колебаний пластин и напряженно-деформированного состояния пластин. Ниже приведен анализ научных исследований и их достижения и недостатки. На основе этого анализа определены некоторые важные аспекты этой работы.

В статье [1] обсуждается асимметричный изгиб круглых пластин с использованием метода конечных элементов. Модель изгиба пластины состоит из одномерных круглых и кольцевых сегментов кольца с использованием подхода ряда Фурье для моделирования асимметрии проблемы.

В работе [2] изложены теоретические основы определения внутренних усилий и построения эпюр различных силовых факторов, определения положения опасных сечений и выбора сечений по условиям прочности. В статье [3] предлагается новый приближенный метод, основанный на аналитических формулах, для оценки предельной прочности усиленных панелей путем исследования механизмов разрушения этих панелей. Сравняются результаты расчетов, выполненных предложенным методом и нелинейным анализом методом конечных элементов, и для всех исследованных сценариев разрушения получено очень хорошее согласие.

В статье [4] исследуются характеристики свободных колебаний укрепленных ортотропных пластин. Рассмотрены числовые примеры и приведен подробный анализ. В статье [5] представлены уравнения конечных элементов для вариационной согласованной теории балок высшего порядка для статического и динамического поведения прямоугольных балок. Показано, что полная интеграция членов жесткости сдвига приводит к восстановлению ограничения Кирхгофа для тонких балок без введения ложных ограничений блокировки. Статья [6] посвящена аналитическому моделированию свободно опертой многослойной

балки с расширенно-коническим сечением. Разработана упрощенная аналитическая модель этой балки с исключением эффекта сдвига.

В статье [7] рассматривается вопрос вывода значений собственных частот конструкций, имеющих модуль упругости и плотность материала, изменяющиеся от точки к точке. В статье [8] оцениваются классические и усовершенствованные конечные пластинчатые элементы на изгиб и колебания слоистых композитов и слоистых структур. Было реализовано и сравнено около 20 пластинчатых конечных элементов: классические, основанные на предположении смещения, сравниваются с усовершенствованными смешанными элементами, которые сформулированы на основе смешанной вариационной теоремы Рейсснера.

В статье [9] рассмотрен динамический анализ гибких расслоенных слоистых балок. Используя нулевые векторы, разработана новая схема сборки, которая может быть использована для обеспечения требований непрерывности на краях области расслоения, что приводит к термину жесткости расслоения.

Статьи [10-12] посвящены динамическому расчету элементов коробчатой конструкции зданий на сейсмостойкость при динамических воздействиях, заданных перемещением их нижней части по синусоидальному закону. Приведены уравнения движения для каждого из пластинчатых и балочных элементов коробчатой конструкции здания на основе теории Кирхгофа-Лява.

Публикации [13-15] посвящены разработке новой теории толстых пластин с учетом внутренних сил, моментов и бимоментов. Построено точное решение изгиба толстой пластины под действием синусоидальной нагрузки.

Постановка задачи. Предполагаем, что прямоугольная консольная пластина размерами в плане a и b , толщиной H подвергается воздействию касательной нагрузки, приложенной по ее лицевой поверхности, как показано на рис. 1.

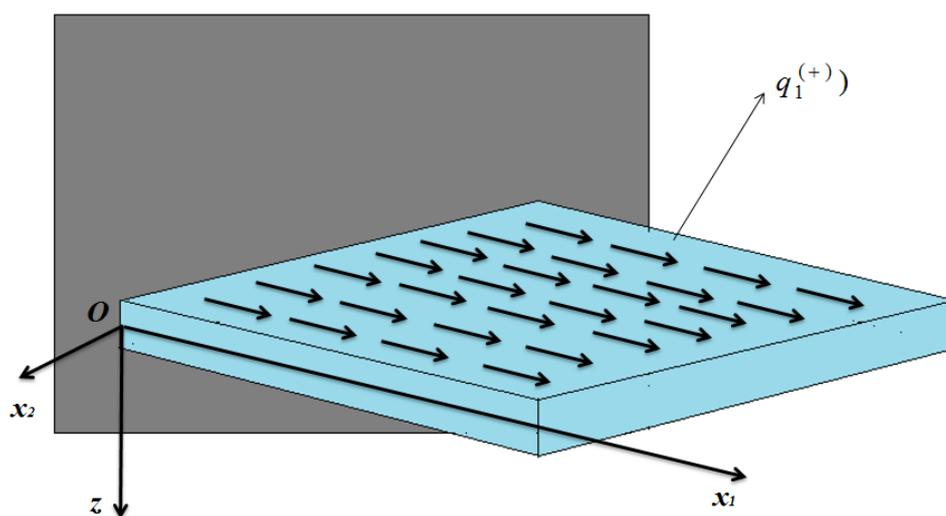


Рис. 1. Консольная пластина под действием касательной нагрузки

Полутолщина пластины считается равной h . Для механических характеристик пластины введем обозначения: для модулей упругости E_1, E_2, E_3 , для модулей сдвига G_{12}, G_{13}, G_{23} , для коэффициентов Пуассона; $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$. Задача рассматривается в прямоугольной системе координат: x_1, x_2 и z . При этом ось Oz направим вертикально вниз по толщине пластины. Распределенные поверхностные касательные нагрузки приложены к верхней лицевой поверхности пластины $z = -h$. Касательная нагрузка направлена вдоль оси $Ox_2, -q_2^{(+)}$. Компоненты вектора перемещения определяются функциями трех пространственных координат и времени. Компоненты вектора смещений зависят от пространственных координат x_1, x_2, z и времени t : $u_1 = u_1(x_1, x_2, z, t)$, $u_2 = u_2(x_1, x_2, z, t)$, $u_3 = u_3(x_1, x_2, z, t)$. Для определения компоненты тензора деформации воспользуемся соотношениями Коши.

Бимоментная теория базируется на известных соотношениях Коши, обобщенном законе Гука, трехмерных уравнениях общей теории упругости и граничных условиях [13-15]. Моменты, силы, и бимоменты представляются девятью неизвестными функциями, приведенными ниже:

$$\begin{aligned}\tilde{W} &= \frac{u_3^{(+)} + u_3^{(-)}}{2}, \quad \tilde{r} = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h u_3 dz, \quad \tilde{\gamma} = \frac{1}{2h^3} \int_{-h}^h u_3 z^2 dz, \\ \tilde{u}_k &= \frac{u_k^{(+)} - u_k^{(-)}}{2}, \quad \tilde{\psi}_k = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h u_k z dz, \quad \tilde{\beta}_k = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h u_k z^3 dz, \quad (k=1,2).\end{aligned}\tag{1}$$

Запишем уравнения движения пластины относительно изгибающих, крутящих моментов и относительно перерезывающих сил [13-15]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_2} - Q_{13} + H\tilde{q}_1 &= \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\psi}}_1, \\ \frac{\partial M_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{22}}{\partial x_2} - Q_{23} + H\tilde{q}_2 &= \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\psi}}_2.\end{aligned}\tag{2}$$

где ρ - плотность материала пластины.

Уравнение относительно перерезывающих сил запишется в виде:

$$\frac{\partial Q_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial x_2} + 2\tilde{q}_3 = \rho H \ddot{\tilde{r}}\tag{3}$$

Изгибающие, сдвигающие моменты M_{11} , M_{22} , M_{12} и перерезывающие силы Q_{13} , Q_{23} определяются следующим образом.

Выражения изгибающих и сдвигающих моментов имеют вид:

$$\begin{aligned}M_{11} &= \int_{-h}^h \sigma_{11} z dz = \frac{H^2}{2} \left(E_{11} \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_1} + E_{12} \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_2} - E_{13} \frac{2(\tilde{r} - \tilde{W})}{H} \right), \\ M_{22} &= \int_{-h}^h \sigma_{22} z dz = \frac{H^2}{2} \left(E_{12} \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_1} + E_{22} \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_2} - E_{23} \frac{2(\tilde{r} - \tilde{W})}{H} \right), \\ M_{12} = M_{21} &= \int_{-h}^h \sigma_{12} z dz = G_{12} \frac{H^2}{2} \left(\frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_1} \right).\end{aligned}\tag{4}$$

Выражения для перерезывающих сил запишутся в виде:

$$\begin{aligned}Q_{13} &= \int_{-h}^h \sigma_{13} dz = G_{13} \left(2\tilde{u}_1 + H \frac{\partial \tilde{r}}{\partial x_1} \right), \\ Q_{23} &= \int_{-h}^h \sigma_{23} dz = G_{23} \left(2\tilde{u}_2 + H \frac{\partial \tilde{r}}{\partial x_2} \right).\end{aligned}\tag{5}$$

Бимоменты P_{11} , P_{22} , P_{12} , порождаемые при изгибе и сдвиге пластины, определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
P_{11} &= \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \sigma_{11} z^3 dz = \frac{H^2}{2} \left(E_{11} \frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial x_1} + E_{12} \frac{\partial \tilde{\beta}_2}{\partial x_2} - E_{13} \frac{2(3\tilde{\gamma} - \tilde{W})}{H} \right), \\
P_{22} &= \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \sigma_{22} z^3 dz = \frac{H^2}{2} \left(E_{12} \frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial x_1} + E_{22} \frac{\partial \tilde{\beta}_2}{\partial x_2} - E_{23} \frac{2(3\tilde{\gamma} - \tilde{W})}{H} \right), \\
P_{12} = P_{21} &= \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \sigma_{12} z^3 dz = \frac{H^2}{2} G_{12} \left(\frac{\partial \tilde{\beta}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{\beta}_2}{\partial x_1} \right).
\end{aligned} \tag{6}$$

Интенсивности поперечных касательных и нормальных бимоментов \tilde{p}_{13} , \tilde{p}_{23} и \tilde{p}_{33} определяются выражениями:

$$\tilde{p}_{k3} = G_{k3} \left(\frac{2\tilde{u}_k - 4\tilde{\psi}_k}{H} + \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_k} \right), \quad (k=1,2), \quad \tilde{p}_{33} = E_{31} \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial x_1} + E_{32} \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x_2} - E_{33} \frac{2(\tilde{r} - \tilde{W})}{H}. \tag{7}$$

Уравнения относительно бимоментов при изгибе и поперечном сдвиге получаются в виде:

$$\frac{\partial P_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{12}}{\partial x_2} - 3\tilde{p}_{13} + H\tilde{q}_1 = \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\beta}_1, \tag{8}$$

$$\frac{\partial P_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{22}}{\partial x_2} - 3\tilde{p}_{23} + H\tilde{q}_2 = \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\beta}_2,$$

$$H \frac{\partial \tilde{p}_{13}}{\partial x_1} + H \frac{\partial \tilde{p}_{23}}{\partial x_2} - 4\tilde{p}_{33} + 2\tilde{q}_3 = H\rho \ddot{\gamma}. \tag{9}$$

Уравнения (2), (3), (8) и (9) составляют совместную систему из шести уравнений относительно девяти неизвестных функций: $\tilde{\psi}_1$, $\tilde{\psi}_2$, $\tilde{\beta}_1$, $\tilde{\beta}_2$, \tilde{u}_1 , \tilde{u}_2 , \tilde{r} , $\tilde{\gamma}$, \tilde{W} .

В уравнениях (2), (3), (8) и (9) содержатся девять неизвестных функций, что недостаточно для однозначного решения поставленной задачи. Для однозначности требуется ещё три уравнения. Для построения этих недостающих уравнений разложим перемещения u в ряд Маклорена. Приведем эти уравнения для задачи об изгибных колебаниях:

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{\sigma}_{12}}{\partial x_2} + \frac{\tilde{\sigma}_{13}^*}{H} = \rho \ddot{u}_1, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{\sigma}_{22}}{\partial x_2} + \frac{\tilde{\sigma}_{23}^*}{H} = \rho \ddot{u}_2,$$

$$\frac{\partial \tilde{q}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{q}_2}{\partial x_2} + \frac{\tilde{\sigma}_{33}^*}{H} = \rho \ddot{W}. \tag{11}$$

Здесь $\tilde{\sigma}_{11}$, $\tilde{\sigma}_{12}$, $\tilde{\sigma}_{22}$ определяются из закона Гука с учетом условий на лицевых поверхностях:

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= E_{11}^* \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + E_{12}^* \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} + \frac{E_{13}}{E_{33}} \tilde{q}_3, \\
\tilde{\sigma}_{22} &= E_{12}^* \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + E_{22}^* \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} + \frac{E_{23}}{E_{33}} \tilde{q}_3, \\
\tilde{\sigma}_{12} &= G_{12} \left(\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_1} \right),
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\frac{\tilde{\sigma}_{3k}^*}{H} = G_{k3} \frac{210(33\tilde{\beta}_k - 9\tilde{\psi}_k - 4\tilde{u}_k)}{H^2} + G_{k3} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\tilde{q}_3}{E_{33}} - \frac{E_{31}}{E_{33}} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} - \frac{E_{31}}{E_{33}} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} \right) + \frac{42}{H} \left(\tilde{q}_k - G_{k3} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_k} \right), \quad (k=1,2), \quad (13)$$

$$\frac{\tilde{\sigma}_{33}^*}{H} = E_{33} \frac{210(9\tilde{\gamma} - 2\tilde{W} - \tilde{r})}{H^2} + E_{31} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\tilde{q}_1}{G_{13}} - \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_1} \right) + E_{32} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\tilde{q}_2}{G_{23}} - \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_2} \right) + \frac{30}{H} \left(\tilde{q}_3 - E_{31} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} - E_{32} \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2} \right). \quad (14)$$

Система уравнений (2), (3), (8) - (11) составляет совместную систему относительно девяти неизвестных функций $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{r}, \tilde{\gamma}, \tilde{W}$.

Отметим что, учет нелинейности распределения перемещений в поперечных сечениях и всех видов компонентов тензора деформаций, напряжений требует введения в рассмотрение бимоментов. В данной работе предложены аналитические формулы для определения сил, моментов и бимоментов в поперечных сечениях.

Граничные условия. Считается, что край пластины $x_1=0$ жестко защемлен. Остальные края пластины свободны от опор. На защемленном крае пластины перемещения равны нулю:

$$\tilde{\psi}_1 = 0, \quad \tilde{\beta}_1 = 0, \quad \tilde{\psi}_2 = 0, \quad \tilde{\beta}_2 = 0, \quad \tilde{u}_1 = 0, \quad \tilde{u}_2 = 0, \quad \tilde{r} = 0, \quad \tilde{\gamma} = 0, \quad \tilde{W} = 0, \quad (15)$$

А на свободных краях пластины $x_2=0, x_2=b, x_1=a$ силы, моменты и бимоменты равны нулю.

$$M_{11} = 0, \quad M_{12} = 0, \quad P_{11} = 0, \quad P_{12} = 0, \quad Q_{13} = 0, \quad \tilde{p}_{13} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{11} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{12} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{11}^* = 0. \quad (16)$$

$$M_{22} = 0, \quad M_{12} = 0, \quad P_{22} = 0, \quad P_{12} = 0, \quad Q_{23} = 0, \quad \tilde{p}_{23} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{22} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{12} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{22}^* = 0. \quad (17)$$

Метод решения. Методика и алгоритм численного решения задачи колебаний пластины под действием касательных сил разработаны на основе метода конечных разностей. Для аппроксимации производных перемещений по пространственным координатам воспользуемся формулами центральных разностных схем. Для аппроксимации производных от напряжений, сил, моментов и бимоментов используются центральные конечно-разностные схемы на полушагах, которые имеют второй порядок точности. Условия о равенстве нулю силовых факторов пластины на свободных краях аппроксимируем в виде равенства нулю среднеарифметического значения перемещений внешних и внутренних точек. Программа расчета перемещений и силовых факторов многоэтажного здания составлена в алгоритмической среде *Delphi*.

Анализ результатов. Считаем, что пластины из железобетона, модуль упругости которого $E=20000$ МПа, плотность $\rho=2500$ кг/м³ и коэффициент Пуассона $\nu=0.3$. Размеры пластинчатого сооружения: толщина, длина и высота сооружения, соответственно приняты равными $H=1$ м, $a=10$ м, $b=10$ м.

Касательная сила $q_2^{(+)}$, задается с верхней части пластины, в виде равномерно распределенной силы по гармоническому закону.

$$q_2^{(+)} = q_0 \sin(\omega_0 t).$$

Здесь $c_0=2821$ м/с - скорость распространения упругой волны в бетоне по оси x_2 .

В табл. 1 приведены максимальные значения перемещений $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{r}$, и \tilde{w} , в точке 3 на свободной стороне пластины при первом значении собственной частоты ω_0 , колебаний пластины.

Таблица 1.

Максимальные значения перемещений $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{r}$, и \tilde{w} , в точке 3 на свободной стороне пластины

ω_0 , (В рад/сек)	$[x_1, x_2]$	$\tilde{\psi}_1$, (в см)	$\tilde{\psi}_2$, (в см)	\tilde{u}_1 , (в см)	\tilde{u}_2 , (в см)	\tilde{r} , (в см)
28	[1, 10]	0.122	0.161	0.351	0.413	4.551
	[5, 10]	0.147	0.115	0.454	0.288	2.572
	[10, 10]	0.123	0.117	0.417	0.356	2.295

В табл. 2 приведено отношение значений нормальных напряжений σ_{11} , σ_{22} к значению внешней силы q_0 для различных значений собственной частоты ω_0 , колебаний пластинчатого сооружения. В приведенных выше расчетах значения нормальных напряжений σ_{11} , σ_{22} к значению внешней силы q_1 были рассчитаны одновременно.

Таблица 2.

Значения нормальных напряжений σ_{11} , σ_{22} к значению внешней силы q_0 для различных значений собственной частоты ω_0 колебаний пластинчатого сооружения.

ω , (в рад/сек)	σ_{11}/q_0	σ_{22}/q_0
28.0	16.23	18.48
25.2	13.89	15.94
22.4	10.03	12.84

Для удобства введены безразмерные координаты по формулам $x=x_1/a$, $y=x_2/b$, $\tau=ct/H$. В расчетах шаг вычисления по безразмерным координатам был принят равным $\Delta x=\Delta y=1/10$. Устойчивость вычисления по безразмерному времени обеспечена по явной схеме при шаге $\Delta \tau=0.01$.

Расчёты проводились для точки, расположенной посередине защемлённой части пластины. То есть, если пластина разделена на конечные сечения размером $\Delta x=\Delta y=1/10$, то расчёты проводились для точки [1, 5]. При расчетах собственная частота колебаний пластины вычислялась аналитически, принимая наибольшее значение ω и значение, наиболее близкое к ее первой частоте, а также учитывалось изменение нормальных и касательных напряжений в порядке уменьшения частоты.

Заключение. В рамках теории пластин поставлена и решена динамическая задача напряженного состояния пластины под действием касательных сил, заданных с верхней части пластины, в виде равномерно распределенной силы по гармоническому закону. Если посмотреть на таблицу, то по мере уменьшения значениях частот внешней нагрузки ω , нормальное напряжение σ_{11} также равномерно уменьшается, но напряжения σ_{12} и σ_{22} сначала увеличиваются, а затем возвращаются в исходное состояние. Это показывает, что, поскольку сила, приложенная к пластине сверху, задана в направлении σ_{11} , результирующее напряжение σ_{11} также уменьшается по мере уменьшения силы. Фактически, так и должно быть на практике, и это свидетельствует о том, что наша программа разработана правильно и работает корректно.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Pardo G. C. Asymmetric bending of circular plates using the finite element method // Computers & Structures. 1975, Vol. 5, Iss. 2–3, pp. 197–202.
- [2] Гумбаров А.Д., Кремянский Ф.В., Брусенцов А.С., Ванжа В.В., Дробот В.А. Инженерные расчеты элементов конструкций средств АПК, учеб. пособие. Краснодар: КубГАУ, 2019, 90 с.
- [3] Ozdemir M., Ergin A., Yanagihara D., Tanaka S., Yao T. A new method to estimate ultimate strength of stiffened panels under longitudinal thrust based on analytical formulas // Marine Structures. 2018, Vol. 59, pp. 510–535.
- [4] Patro S.S. Behera R.K., Sharma N. Prediction of free vibration responses of orthotropic stiffened flat panels // Materials Today: Proceedings. 2018, Vol. 5, Iss. 9, Part 3, pp. 20170–20176.
- [5] Heyliger P.R., Reddy J.N. A higher order beam finite element for bending and vibration problems // Journal of Sound and Vibration. 1988, Vol. 126, Iss. 2, pp. 309–326.
- [6] Magnucki K., Kustos J., Goliwas D. Free flexural vibrations of an expanded-tapered sandwich beam // Vibrations in Physical Systems. 2023, Vol. 34, No. 1, P. 2023114.
- [7] Elishakoff I. Vibrations of Beams and Plates: Review of First Closed-Form Solutions in the Past 250 Years / I. Elishakoff. – Boca Raton: Florida Atlantic University, 2023, 45 p.
- [8] Carrera E., Demasi L., Manganello M. Assessment of Plate Elements on Bending and Vibrations of Composite Structures // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2002, Vol. 9, No. 4, pp. 333–357.
- [9] Erdelyi H.N., Hashemi S.M. On the Finite Element Free Vibration Analysis of Delaminated Layered Beams: A New Assembly Technique // Shock and Vibration. 2016, Vol. 2016, Article ID 3707658, 14 p.
- [10] Usarov, M., Mamatisaev G., Usarov D. Calculation of the Box Structure of Large-Panel Buildings // AIP Conference Proceedings, 2023, Vol. 2612, P. 040014.
- [11] Usarov, M., Mamatisaev G., Usarov, D.. Calculation of compelled fluctuations of panel buildings // E3S Web of Conferences. 2023, Vol. 365, P. 02002.
- [12] Usarov M., Usarov D., Mamatisaev G. Calculation of a Spatial Model of a Box-Type Structure in the LIRA Design System Using the Finite Difference Method // Lecture Notes in Networks and Systems. 2022, Vol. 403, pp. 1267–1275.

- [13] *Mirsaidov, M., Usarov, M.* Bimoment theory construction to assess the stress state of thick orthotropic plates // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2020, Vol. 614, No. 1, P.012090.
- [14] *Усаров М.К.* Бимоментная теория толстых анизотропных пластин. Ташкент. Fan ziyosi, 2022, 246 с.
- [15] *Usarov M., Usanov F.* On solution of the problem of bending and vibrations of thick plates on the basis of the bimoment theory // AIP Conference Proceedings. 2022, Vol. 2637, Art. 0118598 (7 p.).

Дата поступления
03.10.2025

Usanov F.A. Bimoment nazariyasi asosida urinma yuklar ta'siridagi plastinaning kuchlanganlik–deformatsiyalanganlik holatini baholash.

Annotatsiya. Maqola plastinaning ustki qismiga qo'yilgan urinma yuklar ta'siridagi kuchlanganlik–deformatsiyalanganlik holatini bimoment nazariyasi asosida baholashga bag'ishlangan. Ishda kuchlanganlik–deformatsiyalanganlik holatini hisoblash uslubiyoti va dasturi taklif qilingan, shuningdek, konsol plastina tebranishining dinamik masalasining matematik qo'yilishi keltirilgan. Kuchlar, momentlar va bimoментlarni hisobga oluvchi tegishli chegaraviy shartlar bilan birga harakatning differensial tenglamalari taklif etilgan. Masala chekli ayirmalar usuli yordamida sonli yechilgan. Normal kuchlanishlarni hisoblashning sonli natijalari keltirilgan.

Kalit so'zlar: Ko'chishlar, kuchlanishlar, kuchlar, momentlar, bimoментlar, kuchlanganlik–deformatsiyalanganlik holati, bimoment nazariyasi, urinma yuk, harakat tenglamalari, chegaraviy shartlar, chekli ayirmalar usuli.

Usanov F.A. Evaluation of the stress-strain state of a plate under the action of tangential loads based on the bimoment theory.

Abstract. The article is devoted to the assessment of the stress-strain state (SSS) of a plate under the action of tangential loads applied to its facial surface, based on the bimoment plate theory. The paper proposes a methodology and program for calculating the SSS, and presents the mathematical formulation of the dynamic problem of cantilever plate vibrations. Differential equations of motion with corresponding boundary conditions are proposed, which take into account forces, moments, and bimoments. The problem was solved using the finite difference method. Numerical results for the calculation of normal stresses are presented.

Keywords: displacements, stresses, forces, moments, bimoments. stress-strain state, bimoment theory, tangential load, equations of motion, boundary conditions, finite difference method.

УДК 532.546

ЗАДАЧА АНОМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ В КУСОЧНО–НЕОДНОРОДНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

^{1,2} Хужаёров Б.Х., ³ Туйгунов Ж.Р.

¹ Самаркандский государственный университет им. Шарафа Рашидова

² Институт Математики имени В.И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан

³ Самаркандский государственный университет архитектуры и строительства им. М. Улугбека

E-mail: b.khuzhayorov@mail.ru, tuygunovjavlonbek@mail.ru

Аннотация. В работе рассмотрена задача аномальной фильтрации жидкости в кусочно-неоднородной фрактальной пористой среде. В математической модели задачи учитывается сложная структура среды - кусочная неоднородность проницаемости. Для описания аномальности процесса используется дробная производная в уравнении пьезопроводности. Уравнение аппроксимировано методом конечных разностей и получены численные решения. Проанализированы профили давления и скорости фильтрации при различных порядках дробной производной. Определено влияние изменения проницаемости и порядка дробной производной на распределение фильтрационных характеристик в различные моменты времени.

Ключевые слова: аномальная фильтрация, давление, дробная производная, кусочно-неоднородные среды, метод конечных разностей, неоднородная проницаемость, скорость фильтрации, фрактальная проницаемость.

Введение. Классический закон Дарси описывает течение жидкостей в пористых средах под действием перепада давления [1]. Этот закон является теоретической основой для моделирования движения жидкости через пористые среды во многих областях, таких как гидрогеология, нефтегазовая промышленность и геотехника [2]. Однако во фрактальных пористых средах вследствие изменения проницаемости во времени наблюдается замедление течения жидкости в пористых средах. Для моделирования этих явлений используется дробная производная и вводится понятие «памяти» [3,4,5]. Концепция памяти жидкости является важным фактором при рассмотрении моделей течения. В [6] представлена модель напряжения-деформации пористой среды, включающая некоторые параметры и свойства среды. Полученная математическая модель показывает влияние температуры, поверхност-

ного натяжения, изменений давления и памяти жидкости на поведение напряжения-деформации. При этом учитывается зависимость напряжения-деформации, связанная с памятью, и рассматривается изменение во времени и расстоянии для различных значений порядка дробной производной. В [7] была разработана обобщенная форма уравнения Фика на основе "модели памяти" и показана возможность описания аномальных диффузионных процессов в биологических и геологических системах. В [8] исследовался процесс фильтрации в двух средах с различной проницаемостью. При этом особый интерес представляет вопрос фильтрации жидкостей в кусочно-неоднородных пористых средах, потому что в таких системах проницаемость и упругость слоев различны, что приводит к значительному отличию процесса от классического. В [9] предложены аналитические решения на основе межслойных условий для стационарного случая.

В данной работе рассмотрено уравнение пьезопроводности, описывающее аномальную фильтрацию жидкости в кусочно-неоднородной пористой среде. Задача решена численно с аппроксимацией дробных производных исходя из определения Капуто [3,4,5]. Для различных значений коэффициентов проницаемости и порядка дробной производной определены давление, профили давления и поля скорости фильтрации в различные моменты времени. Оценена роль влияния дробной производной на эти характеристики.

Постановка задачи. Закон Дарси с учетом аномальности записываем в виде:

$$v = -\frac{k(x)}{\mu} \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (1)$$

где v – скорость фильтрации, $k(x)$ – фрактальная кусочно-неоднородная проницаемость, p – давление, t – время, μ – динамический коэффициент вязкости, α ($0 \leq \alpha \leq 1$) – порядок производной.

Уравнение фильтрации для (1) в одномерном случае имеет вид:

$$\mu \beta^* \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha} \right) \right), \quad (2)$$

где β^* – коэффициент упругости среды.

Пусть отрезок $[0, L_1]$ состоит из трех частей $[0, L_1/3]$, $[L_1/3, 2L_1/3]$, $[2L_1/3, L_1]$, которые назовем зонами. В каждой зоне проницаемость $k_f(x)$ описывается различными функциями $k_1(x)$, $k_2(x)$, $k_3(x)$, соответственно. В точках $L_1/3$, $2L_1/3$ проницаемость в общем случае имеет разрывы первого рода. Такая среда представляет собой кусочно-неоднородную среду.

Начальное условие принимаем в виде:

$$p(0, x) = p_0 = const. \quad (3)$$

Граничные условия следующие:

$$p(t, 0) = p_c, \quad p(t, L_1) = 0, \quad p_c = const. \quad (4)$$

В точках разрыва проницаемости давление и скорость фильтрации остаются непрерывными. Соответственно, принимаются следующие условия:

$$p(t, x) \Big|_{x=(\frac{L_1}{3})-0} = p(t, x) \Big|_{x=(\frac{L_1}{3})+0}, \quad (5)$$

$$p(t, x) \Big|_{x=(\frac{2L_1}{3})-0} = p(t, x) \Big|_{x=(\frac{2L_1}{3})+0}, \quad (6)$$

$$\frac{k}{\mu} \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \Big|_{x=(\frac{L_1}{3})-0} = \frac{k}{\mu} \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \Big|_{x=(\frac{L_1}{3})+0}, \quad (7)$$

$$\frac{k}{\mu} \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \Big|_{x=(\frac{2L_1}{3})-0} = \frac{k}{\mu} \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \Big|_{x=(\frac{2L_1}{3})+0}. \quad (8)$$

Задача заключается в решении уравнения (2) с условиями (3)-(8). Зная поле давления, из (1) определяется скорость фильтрации v .

Алгоритм численного решения. Уравнение (2) при условиях (3)-(8) решается методом конечных разностей с аппроксимацией дробных производных как в [10,11,12]. Для этого в области $\{0 \leq t \leq T_{\max}, 0 \leq x \leq L_1\}$ введем сетку $\bar{\omega}_h = \{x_i = ih, i = 0, 1, \dots, N\}$, $\bar{\omega}_\tau = \{t_j = j\tau, j = 0, 1, 2, \dots, M, \tau = T_{\max}/M\}$, где h – шаг сетки в направлении x , τ – шаг сетки по времени. Из этих двух сеток построим $\bar{\omega} = \bar{\omega}_h \times \bar{\omega}_\tau$ – двумерную сетку. Ее узлы состоят из точек (t_j, x_i) , $i = \overline{0, N}$; $j = \overline{0, M}$. Значения сеточной функции давления в точке (t_j, x) обозначим через p^j . Поскольку среда состоит из трех частей и сетка равномерная, чтобы узлы сетки попали в точки $x=L_1/3$ и $x=2L_1/3$ значение N принимаем кратным 3. Тогда этим точкам будут соответствовать $i=N/3$ и $i=2N/3$.

На этой сетке уравнение (2) аппроксимируется подобным образом, как в [13,14,15,16]:

$$\mu\beta^* \frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2} \left[k(x_{i+0.5}) \cdot \left(\frac{\partial^\alpha p_{i+1}^{j+1}}{\partial t^\alpha} - \frac{\partial^\alpha p_i^{j+1}}{\partial t^\alpha} \right) - k(x_{i-0.5}) \cdot \left(\frac{\partial^\alpha p_i^{j+1}}{\partial t^\alpha} - \frac{\partial^\alpha p_{i-1}^{j+1}}{\partial t^\alpha} \right) \right]. \quad (9)$$

Аппроксимируя дробную производную $\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}$, по определению Капуто из уравнения (9) получим

$$\mu\beta^* \frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2} \frac{1}{\tau^\alpha \Gamma(2-\alpha)} \left[k(x_{i+0.5}) (S_{p_1} + p_{i+1}^{j+1} - p_{i+1}^j - S_{p_2} - p_i^{j+1} + p_i^j) - k(x_{i-0.5}) (S_{p_2} + p_i^{j+1} - p_i^j - S_{p_3} - p_{i-1}^{j+1} + p_{i-1}^j) \right] \quad (10)$$

или

$$p_i^{j+1} - p_i^j = \frac{\tau^{1-\alpha}}{\mu\beta^* h^2 \Gamma(2-\alpha)} \left[k(x_{i+0.5}) (S_{p_1} + p_{i+1}^{j+1} - p_{i+1}^j - S_{p_2} - p_i^{j+1} + p_i^j) - k(x_{i-0.5}) (S_{p_2} + p_i^{j+1} - p_i^j - S_{p_3} - p_{i-1}^{j+1} + p_{i-1}^j) \right], \quad (11)$$

где

$$S_{p_1} = \sum_{l=0}^{j-1} (p_{i+1}^{l+1} - p_{i+1}^l) ((j-l+1)^{1-\alpha} - (j-l)^{1-\alpha}), \quad S_{p_2} = \sum_{l=0}^{j-1} (p_i^{l+1} - p_i^l) ((j-l+1)^{1-\alpha} - (j-l)^{1-\alpha}),$$

$$S_{p_3} = \sum_{l=0}^{j-1} (p_{i-1}^{l+1} - p_{i-1}^l) ((j-l+1)^{1-\alpha} - (j-l)^{1-\alpha}),$$

$i = \overline{1, N-1}$; $j = \overline{0, M-1}$, $\Gamma(\cdot)$ – гамма функция.

Вводим следующее обозначение

$$K_p = \frac{\tau^{1-\alpha}}{\mu\beta^* h^2 \Gamma(2-\alpha)}.$$

Уравнения (11) можно представить в виде

$$A_i p_{i+1}^{j+1} - B_i p_i^{j+1} + C_i p_{i-1}^{j+1} = -F_i^j, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad (12)$$

где

$$A_i = K_p k(x_{i+0.5}); \quad B_i = (1 + K_p k(x_{i+0.5}) + K_p k(x_{i-0.5})); \quad C_i = K_p k(x_{i-0.5});$$

$$F_i^j = -(p_i^j + K_p k(x_{i+0.5}) S_{p_1} - K_p k(x_{i+0.5}) p_{i+1}^j - K_p k(x_{i+0.5}) S_{p_2} + K_p k(x_{i+0.5}) p_i^j - K_p k(x_{i-0.5}) S_{p_2} + K_p k(x_{i-0.5}) p_{i-1}^j + K_p k(x_{i-0.5}) S_{p_3} - K_p k(x_{i-0.5}) p_{i-1}^j).$$

Начальное условие (3) аппроксимируется как

$$p_i^0 = p_0, i = \overline{0, N}. \quad (13)$$

Граничные условия (3) в разностной форме имеют вид:

$$p_0^{j+1} = p_c, p_N^{j+1} = p_0. j = 0, 1, \dots, . \quad (14)$$

Система уравнений (12) решается методом прогонки. Используем следующее соотношение

$$p_i^{j+1} = \delta_{i+1} \cdot p_{i+1}^{j+1} + \eta_{i+1}, \quad (15)$$

где δ_{i+1}, η_{i+1} – прогоночные коэффициенты.

При использовании (15) из (12) получаем следующие рекуррентные формулы для определения коэффициентов δ_{i+1}, η_{i+1}

$$\delta_{i+1} = \frac{-C_i}{A_i \cdot \delta_i - B_i}, \eta_{i+1} = \frac{-(F_i^j + A_i \cdot \eta_i)}{A_i \cdot \delta_i - B_i}, i = 1, \dots, \frac{N}{3}, \frac{N}{3} + 2, \dots, \frac{2N}{3}, \frac{2N}{3} + 2, \frac{2N}{3} + 3, \dots, N-1. \quad (16)$$

Начальные значения коэффициентов δ_{i+1}, η_{i+1} определяются из условий (14): $\delta_1=0, \eta_1=p_c$.

В точке $i=N/3$ условие (7) запишем как

$$k_{\frac{N}{3}-1} \left\{ \left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha} \right)_{\frac{N}{3}} - \left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha} \right)_{\frac{N}{3}-1} \right\} = k_{\frac{N}{3}+1} \left\{ \left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha} \right)_{\frac{N}{3}+1} - \left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha} \right)_{\frac{N}{3}} \right\}. \quad (17)$$

После аппроксимации производных получим

$$\frac{1}{\Gamma(2-\alpha)\tau^\alpha} \left(S_{p_5} + p_{\frac{N}{3}}^{j+1} - p_{\frac{N}{3}}^j \right) = \frac{k_{\frac{N}{3}-1}}{k_{\frac{N}{3}-1} + k_{\frac{N}{3}+1}} \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)\tau^\alpha} \cdot \left(S_{p_6} + p_{\frac{N}{3}-1}^{j+1} - p_{\frac{N}{3}-1}^j \right) + \frac{k_{\frac{N}{3}-1}}{k_{\frac{N}{3}-1} + k_{\frac{N}{3}+1}} \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)\tau^\alpha} \left(S_{p_4} + p_{\frac{N}{3}+1}^{j+1} - p_{\frac{N}{3}+1}^j \right), \quad (18)$$

где

$$S_{p_4} = \sum_{l=0}^{j-1} \left(p_{\frac{N}{3}+1}^{l+1} - p_{\frac{N}{3}+1}^l \right) \left((j-l+1)^{1-\alpha} - (j-l)^{1-\alpha} \right),$$

$$S_{p_5} = \sum_{l=0}^{j-1} \left(p_{\frac{N}{3}}^{l+1} - p_{\frac{N}{3}}^l \right) \left((j-l+1)^{1-\alpha} - (j-l)^{1-\alpha} \right),$$

$$S_{p_6} = \sum_{l=0}^{j-1} \left(p_{\frac{N}{3}-1}^{l+1} - p_{\frac{N}{3}-1}^l \right) \left((j-l+1)^{1-\alpha} - (j-l)^{1-\alpha} \right).$$

Вводим следующие обозначения

$$D_1 = \frac{k_{\frac{N}{3}-1}}{k_{\frac{N}{3}-1} - k_{\frac{N}{3}+1}}, D_2 = \frac{k_{\frac{N}{3}+1}}{k_{\frac{N}{3}-1} - k_{\frac{N}{3}+1}}.$$

Тогда (18) можно записать как

$$S_{p_5} + p_{\frac{N}{3}}^{j+1} - p_{\frac{N}{3}}^j = D_1 \cdot S_{p_6} + D_1 \left(p_{\frac{N}{3}-1}^{j+1} - p_{\frac{N}{3}-1}^j \right) + D_2 \cdot S_{p_4} + D_2 \left(p_{\frac{N}{3}+1}^{j+1} - p_{\frac{N}{3}+1}^j \right). \quad (19)$$

Соотношение (15) в точке $N/3-1$ запишем как

$$p_{\frac{N}{3}-1}^{j+1} = \delta_{\frac{N}{3}} \cdot p_{\frac{N}{3}}^{j+1} + \eta_{\frac{N}{3}},$$

подставляя его в (19), получим

$$p_{\frac{N}{3}}^{j+1} = \frac{D_2}{1 - D_1 \delta_{\frac{N}{3}}} p_{\frac{N}{3}+1}^{j+1} + \frac{\left(p_{\frac{N}{3}}^j - S_{p_5} + D_1 S_{p_6} - D_1 p_{\frac{N}{3}-1}^j + D_1 \eta_{\frac{N}{3}} + D_2 S_{p_4} - D_2 p_{\frac{N}{3}+1}^j \right)}{\left(1 - D_1 \delta_{\frac{N}{3}} \right)}. \quad (20)$$

Сравнивая (20) с

$$p_{\frac{N}{3}}^{j+1} = \delta_{\frac{N}{3}+1} \cdot p_{\frac{N}{3}+1}^{j+1} + \eta_{\frac{N}{3}+1}, \quad (21)$$

получим

$$\delta_{\frac{N}{3}+1} = \frac{D_2}{1 - D_1 \delta_{\frac{N}{3}}}, \quad \eta_{\frac{N}{3}+1} = \frac{\left(p_{\frac{N}{3}}^j - S_{p_5} + D_1 S_{p_6} - D_1 p_{\frac{N}{3}-1}^j + D_1 \eta_{\frac{N}{3}} + D_2 S_{p_4} - D_2 p_{\frac{N}{3}+1}^j \right)}{\left(1 - D_1 \delta_{\frac{N}{3}} \right)}.$$

Далее, прогоночные коэффициенты δ_i , η_i , $i=2N/3+2$, $N/3+3$, ..., $2N/3$ определяются из (16).

В точке $i=2N/3$ условие (8) запишем как

$$k_{\frac{2N}{3}-1} \left\{ \left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha} \right)_{\frac{2N}{3}} - \left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha} \right)_{\frac{2N}{3}-1} \right\} = k_{\frac{2N}{3}+1} \left\{ \left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha} \right)_{\frac{2N}{3}+1} - \left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha} \right)_{\frac{2N}{3}} \right\}. \quad (22)$$

После аппроксимации производных получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)\tau^\alpha} \left(S_{p_8} + p_{\frac{2N}{3}}^{j+1} - p_{\frac{2N}{3}}^j \right) &= \frac{k_{\frac{2N}{3}-1}}{k_{\frac{2N}{3}-1} + k_{\frac{2N}{3}+1}} \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)\tau^\alpha} \times \\ &\times \left(S_{p_9} + p_{\frac{2N}{3}-1}^{j+1} - p_{\frac{2N}{3}-1}^j \right) + \frac{k_{\frac{2N}{3}-1}}{k_{\frac{2N}{3}-1} + k_{\frac{2N}{3}+1}} \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)\tau^\alpha} \left(S_{p_7} + p_{\frac{2N}{3}+1}^{j+1} - p_{\frac{2N}{3}+1}^j \right), \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} S_{p_7} &= \sum_{l=0}^{j-1} \left(p_{\frac{2N}{3}+1}^{l+1} - p_{\frac{2N}{3}+1}^l \right) \left((j-l+1)^{1-\alpha} - (j-l)^{1-\alpha} \right), \\ S_{p_8} &= \sum_{l=0}^{j-1} \left(p_{\frac{2N}{3}}^{l+1} - p_{\frac{2N}{3}}^l \right) \left((j-l+1)^{1-\alpha} - (j-l)^{1-\alpha} \right), \\ S_{p_9} &= \sum_{l=0}^{j-1} \left(p_{\frac{2N}{3}-1}^{l+1} - p_{\frac{2N}{3}-1}^l \right) \left((j-l+1)^{1-\alpha} - (j-l)^{1-\alpha} \right). \end{aligned}$$

Вводим следующие обозначения

$$D_3 = \frac{k_{\frac{2N}{3}-1}}{k_{\frac{2N}{3}-1} - k_{\frac{2N}{3}+1}}, \quad D_4 = \frac{k_{\frac{2N}{3}+1}}{k_{\frac{2N}{3}-1} - k_{\frac{2N}{3}+1}}.$$

Тогда (23) можно записать как

$$S_{p_7} + p_{\frac{2N}{3}}^{j+1} - p_{\frac{2N}{3}}^j = D_3 \cdot S_{p_9} + D_3 \left(p_{\frac{2N-1}{3}}^{j+1} - p_{\frac{2N-1}{3}}^j \right) + D_4 \cdot S_{p_7} + D_4 \left(p_{\frac{2N+1}{3}}^{j+1} - p_{\frac{2N+1}{3}}^j \right). \quad (24)$$

Подставляя

$$p_{\frac{2N-1}{3}}^{j+1} = \delta_{\frac{2N}{3}} \cdot p_{\frac{2N}{3}}^{j+1} + \eta_{\frac{2N}{3}}$$

в (24), получим соотношение

$$p_{\frac{2N}{3}}^{j+1} = \frac{D_4}{1 - D_3 \delta_{\frac{2N+1}{3}}} p_{\frac{2N}{3}}^{j+1} + \frac{\left(p_{\frac{2N}{3}}^j - S_{p_8} + D_3 \cdot S_{p_9} - D_3 \cdot p_{\frac{2N-1}{3}}^j + D_3 \eta_{\frac{2N}{3}} + D_4 \cdot S_{p_7} - D_4 \cdot p_{\frac{2N+1}{3}}^j \right)}{\left(1 - D_3 \delta_{\frac{2N+1}{3}} \right)} \quad (25)$$

Сравнивая (25) с

$$p_{\frac{2N}{3}}^{j+1} = \delta_{\frac{2N+1}{3}} \cdot p_{\frac{2N+1}{3}}^{j+1} + \eta_{\frac{2N+1}{3}}, \quad (26)$$

определим прогоночные коэффициенты

$$\delta_{\frac{2N+1}{3}} = \frac{D_4}{1 - D_3 \delta_{\frac{2N+1}{3}}},$$

$$\eta_{\frac{2N+1}{3}} = \frac{\left(p_{\frac{2N}{3}}^j - S_{p_8} + D_3 \cdot S_{p_9} - D_3 \cdot p_{\frac{2N-1}{3}}^j + D_3 \eta_{\frac{2N}{3}} + D_4 \cdot S_{p_7} - D_4 \cdot p_{\frac{2N+1}{3}}^j \right)}{\left(1 - D_3 \cdot \delta_{\frac{2N+1}{3}} \right)}.$$

Далее, прогоночные коэффициенты $\delta_i, \eta_i, i=2N/3+2, 2N/3+3, \dots, N-1$ определяются по (16).

Расчет решения p_i^{j+1} осуществляется с $p_N^{j+1}=0$ в убывающем порядке изменения индекса i от N . В соответствии с (15) имеем

$$p_{N-1}^{j+1} = \eta_N.$$

Сеточный аналог закона Дарси имеет вид

$$v_i^{j+1} = -\frac{k(x)}{\mu} \frac{\tau^{1-\alpha}}{h\Gamma(2-\alpha)} \left(S_{p_1} + \frac{p_{i+1}^{j+1} - p_{i+1}^j}{\tau} - S_{p_2} - \frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{\tau} \right). \quad (27)$$

Результаты и обсуждение

Используются следующие значения исходных параметров: $k_0=10^{-14} \text{ м}^2\text{с}^\alpha$, $\mu=10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $\beta^*=10^{-8} \text{ 1/Па}$, $p_c=5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $L=3 \text{ м}$, $t_{\max}=700\text{с}$. Параметры сетки: $\tau=1\text{с}$, $h=0.1 \text{ м}$.

Проницаемость среды принимается в виде

$$k(x) = \begin{cases} k_1 = k_0(1+x), & x \in \left[0, \frac{L_1}{3} \right), \\ k_2 = -\frac{3}{L_1}x^2 + 2x + 2, & x \in \left[\frac{L_1}{3}, \frac{2L_1}{3} \right), \\ k_3 = \frac{2\sqrt{3}\sqrt{x}}{\sqrt{L_1}(\sqrt{3}-\sqrt{2})} + \frac{3\sqrt{3}-5\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}, & x \in \left[\frac{2L_1}{3}, L_1 \right]. \end{cases}$$

Некоторые результаты численных расчетов для различных параметров модели представлены на рис. 1 – 4.

Профили давления для различных значений времени и параметра α показаны на рис. 1. Из графиков видно, что с увеличением времени можно наблюдать более широкое распространение профилей давления. При переходе жидкости из первой зоны с k_1 во вторую с k_2 , а также при переходе со второй зоны с k_2 в третью с k_3 , изменение давления вследствие разрыва $k(x)$ имеет изломы, но в соответствии с (5), (6) непрерывность давления сохраняется.

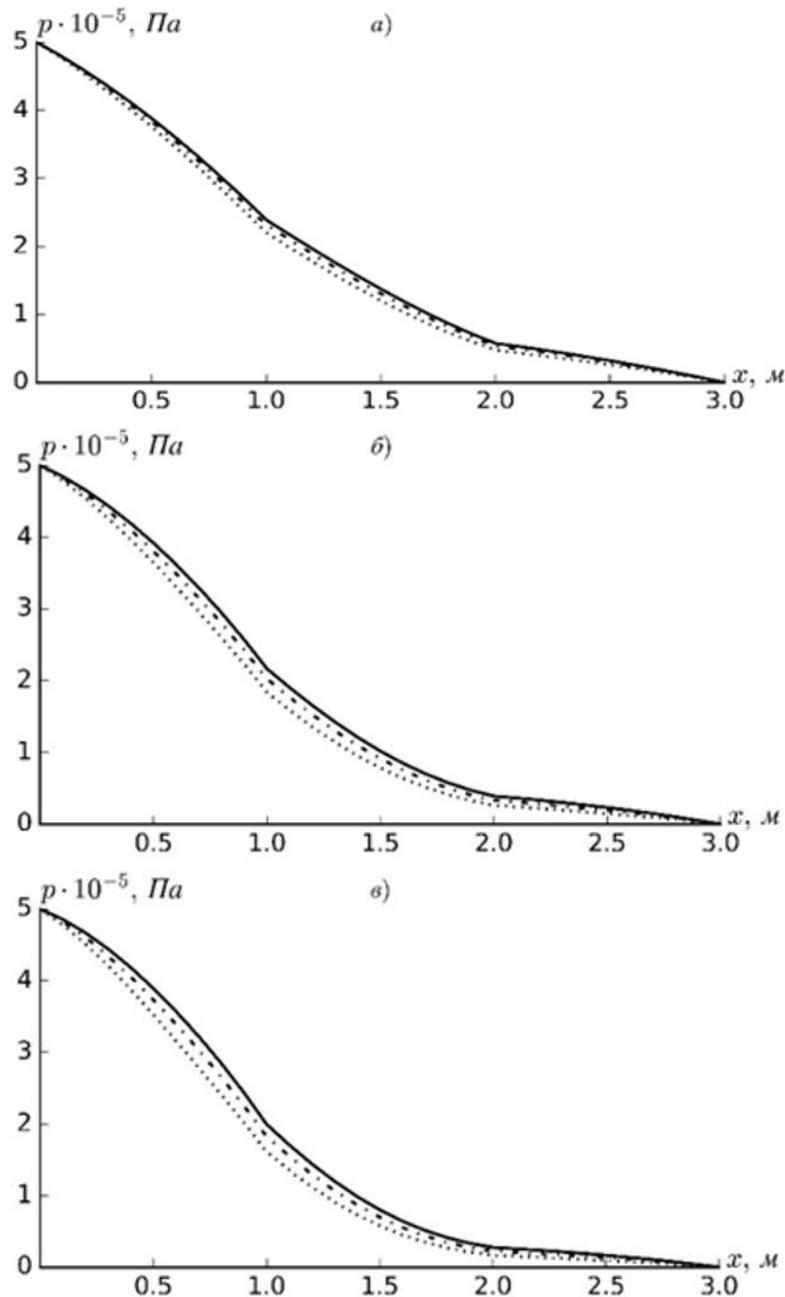


Рис. 1. Профили давления при $\alpha=0$ (а), 0.1 (б), 0.15 (в), $t=500$ (·····), 600 (— · — · —), 700 (—) с

Для того, чтобы более четко показать влияние α на профили давления, на рис. 2 приведены результаты при различных значениях порядка дробной производной α . В первой зоне с ростом времени происходит сравнительное увеличение значений давления, в то время как во второй и третьей зонах значения давления сравнительно уменьшаются. Это, по-видимому, связано с тем, что проницаемость в первой зоне намного ниже, чем во второй

и третьей зонах. Относительно большая проницаемость во второй и третьей зонах приводит к тому, что за счет относительно большей скорости фильтрации жидкость как бы «высасывается» из первой зоны во вторую, и затем в третью.

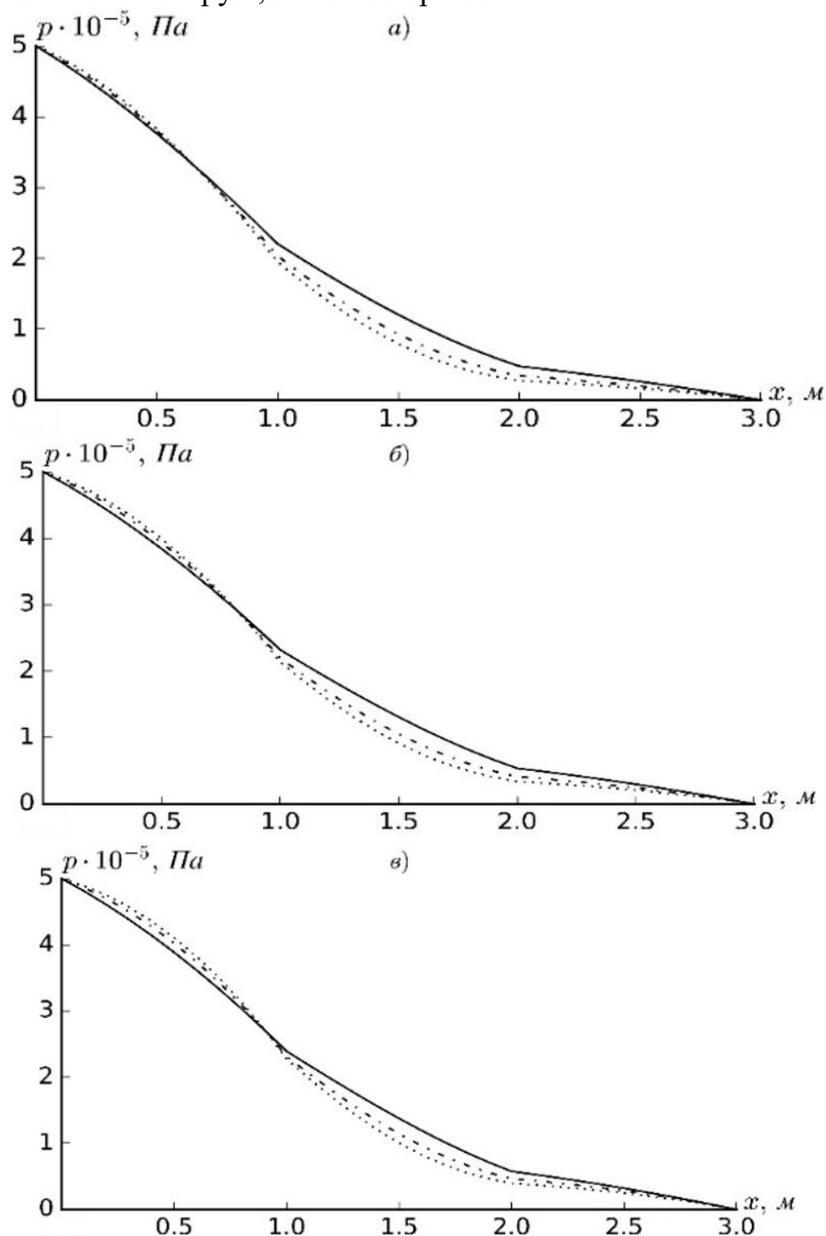


Рис. 2. Профили давления для различных α при $t=500$ (а), 600 (б), 700 (в) с, $\alpha=0$ (—), 0.1 (- - -), 0.15 (· · · ·).

На рис. 3 приведены профили скорости фильтрации v при различных значениях времени и α . Из графиков видно, что по мере увеличения времени можно наблюдать различные закономерности распространения профилей скорости фильтрации. Изломы в темпе изменения v в точках $x=L_1/3$ и $x=2L_1/3$ сохраняются. Непрерывность v в этих точках следует из (7), (8). Как видно из графиков, влияние α в различных зонах изменения $k(x)$ проявляется различным образом. В целом, в этих зонах влияние α характеризуется запаздывающей динамикой давления.

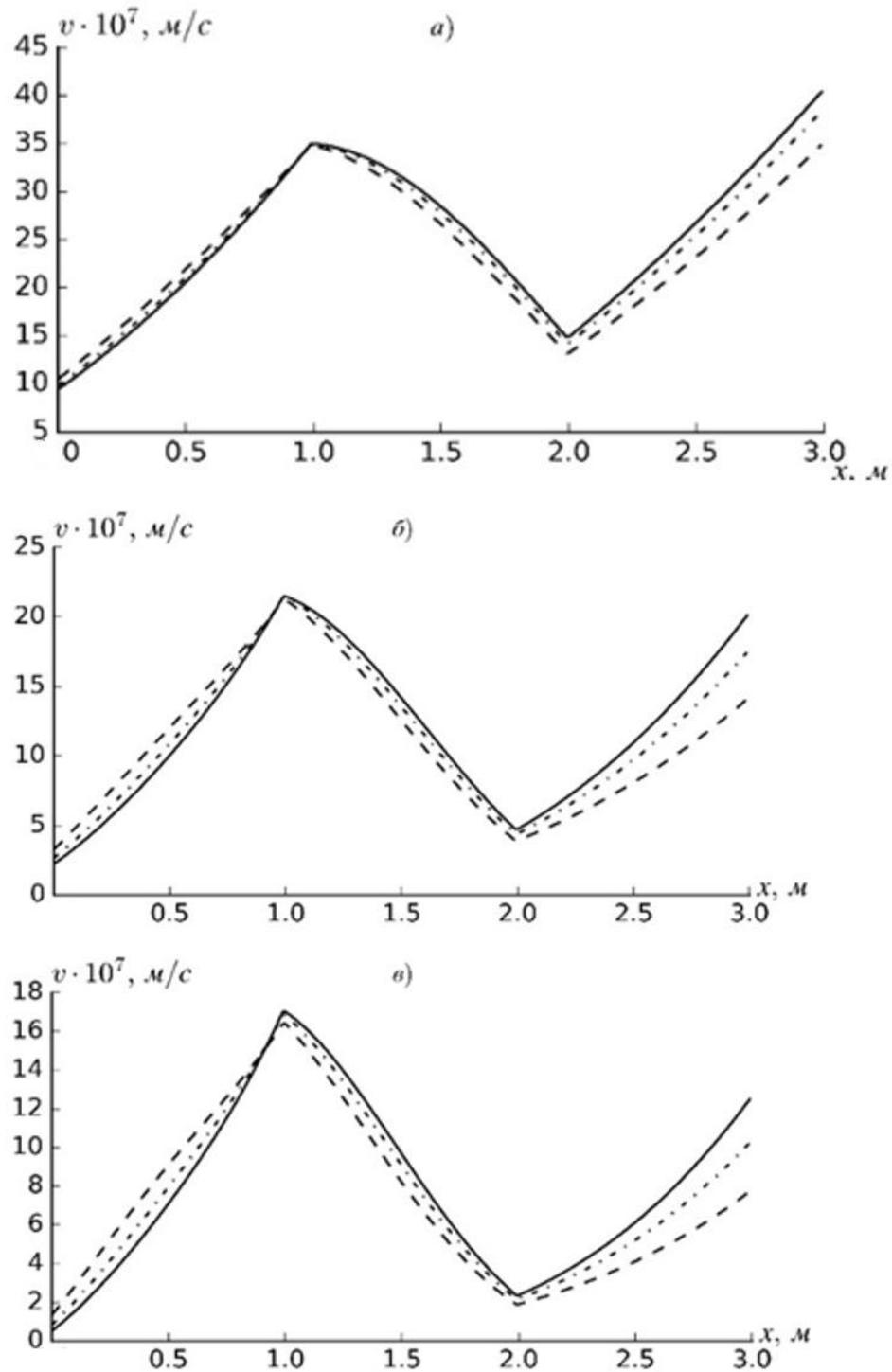


Рис. 3. Профили скорости фильтрации при $\alpha=0$ (а), 0.1 (б), 0.15 (в), $t=500$ (---), 600 (-·-·-), 700 (—), с.

Как и в случае определения влияния α , на профили давления (рис. 2) составлены отдельные графики для различных α при заданных t (рис. 4). Из графиков видно, что увеличение значений α приводит к существенному снижению v . При этом явно прослеживается запаздывающая динамика v . В отличие от рис. 2, здесь смена режима от относительно больших значений в первой зоне к относительно меньшим значениям во второй и третьей зонах не происходит. Это объясняется тем, что скорость фильтрации v определяется не самим значением давления, а его градиентом. Кроме того, в соответствии с (1) скорость фильтрации определяется и темпом изменения градиента давления во времени.

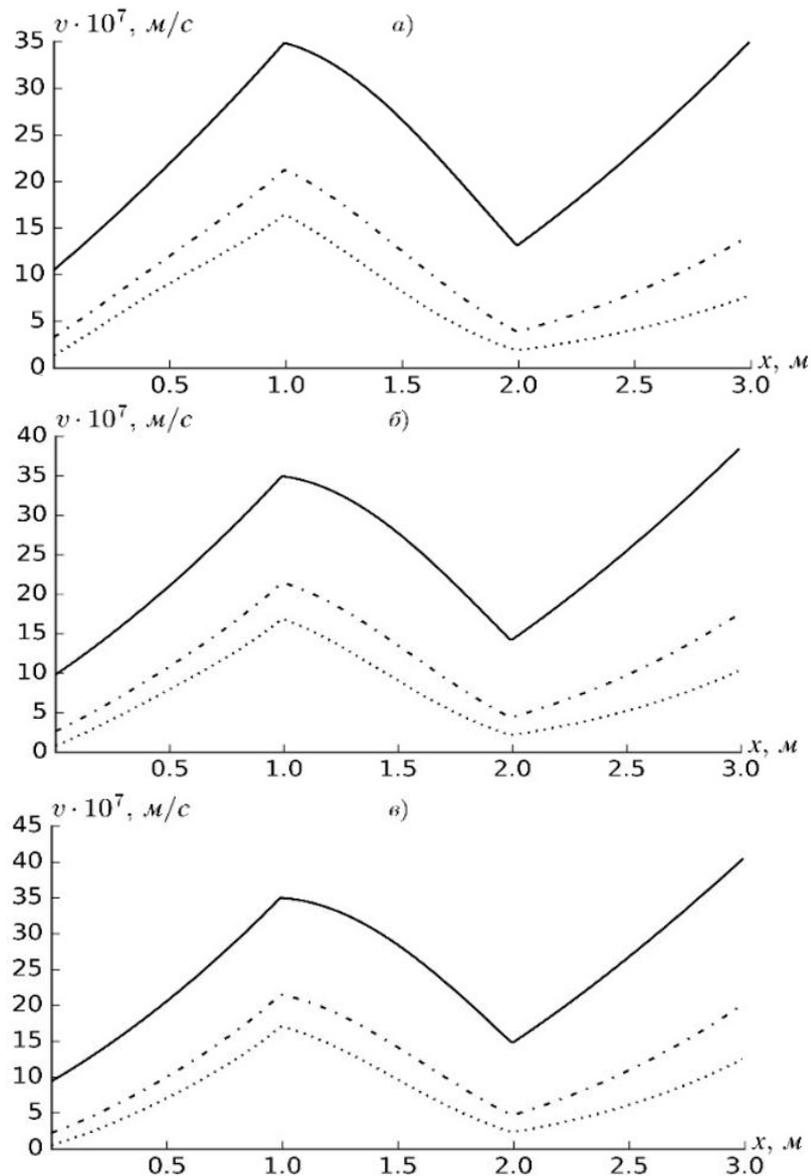


Рис. 4. Профили скорости фильтрации для различных α при $t=500$ (а), 600 (б), 700 (в) с, $\alpha=0$ (—), 0.1 (- - -), 0.15 (.....).

Заметим, что в точках разрыва $k(x)$ значения слева или справа известны. Поэтому в численных расчетах использование (7), (8) не создает вычислительных трудностей. В случае, когда в точках разрыва значения $k(x)$ с двух сторон не известны, следует использовать интегро-интерполяционный метод аппроксимации задачи. Тогда интегралы для определения коэффициентов разностной схемы вычисляются во всех точках сетки независимо от того, являются ли значения $k(x)$ непрерывными или разрывными. Другим словами, разностная схема становится однородной и появится возможность осуществления сквозного счета решения.

Заключение. Рассмотрена задача аномальной фильтрации жидкости в конечной одномерной кусочно-неоднородной пористой среде. На основе закона фильтрации М.Капуто написано уравнение пьезопроводности. Для этого уравнения поставлена задача фильтрации жидкости в кусочно-неоднородной пористой среде, состоящей из трех зон с различной проницаемостью. Задача решена численно методом конечных разностей. Определены поля давления и скорости фильтрации. Установлено влияние порядка дробной производной по времени в законе Дарси на характер изменения давления и скорости фильтрации. Для выбранного закона изменения проницаемости во всех зонах получена возрастающая динамика

давления, но с различными темпами, зависящими от порядка дробной производной. Увеличение порядка дробной производной приводит к небольшому сравнительному увеличению давления в первой зоне и сравнительному уменьшению во второй и третьей зонах. Это объяснено низкой проницаемостью первой зоны и относительно высокой проницаемостью второй и третьей зон. Происходит такое явление, что вторая и третья зоны как бы «высасывают» жидкость из первой зоны. Скорость фильтрации в первой зоне с увеличением времени уменьшается, а во второй и третьей зонах – увеличивается. Это объясняется характером изменения проницаемости в зонах. В точках разрыва проницаемости получен разрыв градиента давления, но для давления и скорости фильтрации сохраняется непрерывность. Увеличение порядка дробной производной по времени в законе фильтрации приводит к запаздывающей динамике распределения скорости фильтрации.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Barenblatt G. I., Entov V. M., Ryzhik V. M.* Theory of Fluid and Gas Filtration in Porous Media. Dordrecht: Springer, 1990, 397 p.
- [2] *Dullien F.A.L.* Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure. San Diego: Academic Press. 1992, 574 p.
- [3] *Caputo M.* Diffusion of fluids in porous media with memory // *Geothermics*. 1999, Vol. 28, No. 1, pp. 113-130.
- [4] *Caputo M.* Models of flux in porous media with memory // *Water Resources Research*. 2000, Vol. 36, No. 3, pp. 693-705.
- [5] *Di Giuseppe E., Moroni M., Caputo M.* Flux in porous media with memory: models and experiments // *Transport in Porous Media*. 2010, Vol. 83, No. 3, pp. 479-500.
- [6] *Hossain M. E., Mousavizadegan, S. H., Ketata, C., Islam, M. R.* A novel memory-based stress-strain model for reservoir characterization // *Nat Sci Sustainable Technol Res Prog*. 2008, Vol. 1, pp. 1-29.
- [7] *Cesarone F., Caputo M., Cametti C.* Memory formalism in the passive diffusion across highly heterogeneous systems // *Journal of membrane Science*. 2005, Vol. 250, No. 1-2, pp. 79-84.
- [8] *Плецинский Б. И., Шарунов Э. А.* Моделирование линейной нестационарной фильтрации в кусочно-однородных релаксационно-сжимаемых и трещиновато-пористых средах // *Исследования по подземной гидромеханике*. 1983, Т. 6, стр. 105-111.
- [9] *Мукишанина Е.А.* Моделирование установившейся фильтрации жидкости в кусочно-неоднородной упругопористой области в классе почти-периодических функций (плоская задача) // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2023, № 2, стр. 38-46.
- [10] *Yuan X., Jichun W., Luying Z.* Numerical solutions of time-space fractional advection–dispersion equations // *International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences (ICCES'09)*. 2009, Vol. 9, No. 2, pp. 117–126.
- [11] *Alikhanov A. A.* Numerical methods of solutions of boundary value problems for the multi-term variable-distributed order diffusion equation // *Applied Mathematics and Computation*. 2015, Vol. 268, pp. 12-22.
- [12] *Хужаёров Б.Х., Акрамов Ш.Б.* Задача аномальной фильтрации с заданным граничным потоком в одномерном пласте // *Узбекский журнал «Проблемы механики»*. 2024, №. 4, стр. 29–36.
- [13] *Samarskii A. A.* The Theory of Difference Schemes. Boca Raton, FL: CRC Press; Marcel Dekker, Inc., 2001, 786 p.
- [14] *Yuan X., Jichun W., Luying Z.* Numerical solutions of time-space fractional advection–dispersion equations // *ICCES*. 2009, Vol. 9, No. 2, pp. 117-126.
- [15] *Khuzhayorov B., Djiyanov T. O., Zokirov M. S.* Generalized relaxation fractional differential model of fluid filtration in a porous medium // *International Journal of Applied Mathematics*. 2024, Vol. 37, No. 1, pp. 119-132.
- [16] *Makhmudov J. M., Usmonov A. I., Kuljanov J. B.* Problem of anomalous filtration in nonhomogeneous porous medium // *International Journal of Applied Mathematics*. 2023, Vol. 36, No. 2, pp. 189-203.

Дата поступления
03.10.2025

Xujayorov B., Tuygunov J.R. Bo'lakli bir jinsli bo'lmagan g'ovak muhitda suyuqliklarning anomal sizish masalasi.

Annotatsiya. Ushbu maqolada bo'lakli bir jinsli bo'lmagan fraktal g'ovak muhitda suyuqliklarning anomal sizishi masalasi qaralgan. Masalaning matematik modelida muhitning murakkab strukturasi - o'tkazuvchanlikning bo'lakli bir jinsli bo'lmaganligi hisobga olinganligi bilan ifodalanadi. Jarayon anomaligini tavsiflash uchun p'yezo'tkazuvchanlik tenglamasida kasr hosila ishlatilgan. Tenglama chekli ayirmalar usuli yordamida approksimatsiya qilingan va sonli natijalar olingan. Bosim va sizish tezligi profilari hosila tartibining turli qiymatlari uchun tahlil qilingan. Vaqtning turli qiymatlarida sizish xarakteristikalarining taqsimlanishiga o'tkazuvchanlik va hosila tartibi o'zgarishlarining ta'siri aniqlangan.

Kalit so'zlar: Anomal filtratsiya, bir jinsli o'tkazuvchanlik, bosim, bo'lakli bir jinsli bo'lmagan muhit, kasr tartibli hosila, sizish tezligi, fraktal o'tkazuvchanlik, chekli ayirmalar usuli.

Khujayorov B., Tuygunov J.R. The problem of anomalous fluid filtration in a piecewise inhomogeneous porous medium.

Abstract. This paper investigates the issue of anomalous fluid filtration in a piecewise inhomogeneous fractal porous medium. The mathematical model accounts for the complex structure of the medium, specifically the piecewise inhomogeneity of permeability. A fractional derivative is employed in the piezoconductivity equation to describe the anomalous process. The equation is approximated using the finite difference method, and numerical solutions are derived. Pressure and filtration velocity profiles are analyzed for different orders of the fractional derivative. The influence of changes in permeability and the order of the fractional derivative on the distribution of filtration characteristics at different time points is determined.

Keywords: anomalous filtration, filtration velocity, finite difference method, fractal permeability, fractional derivative, inhomogeneous permeability, piecewise inhomogeneous media, pressure.

МНОГОФАЗНЫЕ ВОЛНЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДИСПЕРСНЫХ СМЕСЕЙ С ТУРБУЛЕНТНЫМИ ПОТОКАМИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Худайкулов С., Каниев Ж., Абдувахобов А.

Ташкентский международный университет Кимё, Ташкент, Узбекистан
E-mail: xudaykulov@mail.ru

***Аннотация.** Рассматривается распределение малых возмущений при истечении дисперсной смеси из полуограниченной трубы в затопленное пространство, состоящее из другой дисперсной смеси. Получены распределения скоростей и давлений в обоих потоках дисперсных смесей.*

***Ключевые слова:** дисперсная смесь, двухфазный поток, метод малых возмущений, устойчивость течения, модель рахматулина, колебания межфазной границы.*

При истечении струи дисперсной смеси из трубы в затопленное пространство, наблюдается образование волн на поверхности раздела двух потоков; нарушается устойчивость потока, что приводит к распаду смеси жидкости на отдельные части [1,7]. С целью теоретического исследования устойчивости и условий потери устойчивости ниже применяется метод малых возмущений. Для модели дисперсной смеси обоих слоев выбрана модель взаимодействующих взаимопроникающих сред Х.А. Рахматулина [2,6].

Рассмотрим задачу об истечении дисперсной смеси вязких жидкостей из полу-бесконечной цилиндрической трубы радиуса R_0 в затопленное пространство. Цилиндрическая поверхность границы раздела потоков, состоящих из различных фаз дисперсной смеси, вследствие взаимодействия обеих слоев и фаз смеси, становится волнообразной [1].

Предположим, что при малых возмущениях возникают малые изменения динамических характеристик потока дисперсной смеси и формы образующей меняются в интервале:

$$L_0 (r_c(t) = R_0 \pm h(x,t)), R_0 \gg h(x,t).$$

Для задач о течении двухслойного потока дисперсной смеси в областях

$$G_1 \{0 < r < r_c(x,t)\}, 0 < x < \infty, G_2 \{0 < x < \infty, (R_0 - h(x,t)) < r < R_0 + h(x,t)\}$$

имеем соответствующие уравнения движения и неразрывности в виде [2,3]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \hat{u}_n^{(m)}}{\partial t} + u_n^{(m)} \frac{\partial \hat{u}_n^{(m)}}{\partial x} &= - \frac{1}{\rho_{ni}^{(m)}} \frac{\partial p^{(m)}}{\partial x} + f_{no}^{(m)} \mu u_{n0}^{(m)} \nabla^2 \tilde{u}_n^{(m)} \\ \frac{\partial \tilde{v}_n^{(m)}}{\partial t} + u_n^{(m)} \frac{\partial \hat{u}_n^{(m)}}{\partial x} &= - \frac{1}{\rho_{ni}^{(m)}} \frac{\partial p^{(m)}}{\partial r} + f_{no}^{(m)} \mu u_{n0}^{(m)} \nabla^2 v_n^{(m)} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{\partial(u_n^{(m)} r)}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{V}_n^{(mr)}}{\partial r} = 0 \tag{1}$$

$$f_1^{(m)} + f_2^{(m)} = 1, \quad \rho_n^{(m)} = \rho_{ni}^{(m)} \cdot f_n^{(m)},$$

$$\rho^{(1)} = \rho_1^{(1)} \cdot \rho_2^{(1)}, \quad \rho^{(11)} = \rho_1^{(11)} \cdot \rho_2^{(11)},$$

где $\rho_n^{(m)}, \rho_{ni}^{(m)}, f_n^{(m)}, \tilde{V}_n^{(m)}$ – приведенные и истинные плотности, и вектор скорости частиц объемной концентрации n -ой фазы дисперсной смеси в области G_m .

Рассматривается, что обе фазы дисперсной смеси в обоих слоях G_1 , и G_2 несжимаемы, а также концентрации постоянны:

$$\rho_{ni}^{(1)} = const, \quad \rho_{ni}^{(11)} = const,$$

$$f_n^{(1)} = const, \quad f_n^{(11)} = const.$$

Вводятся малые возмущения:

$$\begin{aligned} u_n^{(m)} &= u_n^{(m)} + \tilde{u}_n^{(m)}, v_n^{(m)} = \tilde{v}_n^{(m)}, \\ \rho_{ni}^{(m)} &= \dot{\rho}_{ni}^{(m)} + \tilde{\rho}_{ni}^{(m)}, f_n^{(m)} = f_{n0}^{(m)} + \tilde{f}_n^{(m)} \end{aligned} \quad (2)$$

Введем функции тока $\psi_n^{(m)}$ в виде, удовлетворяющем уравнению неразрывности (1).

$$\hat{u}_n^{(m)} = \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \psi_n^{(m)}}{\partial \hat{r}}, \quad \hat{v}_n^{(m)} = -\frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \psi_n^{(m)}}{\partial \hat{x}} \quad (3)$$

Проведем дифференцирование по \hat{r} и \hat{x} и другие преобразования. Уравнения (1) с учетом равенства (3) приводятся к виду:

$$\frac{\partial(D\psi_n^{(m)})}{\partial \tau} + u_{n0}^{(m)} \frac{\partial D\psi_n^{(m)}}{\partial \hat{x}} = \frac{v^{(m)}}{\text{Re}_0} D(\partial \psi_n^{(m)}) \quad (4)$$

$$x = R_o \hat{x}, r = R_o \hat{r}, \tilde{u}_n^{(m)} = u_0, v_n^{(m)} = V_o \hat{v}_n^{(m)},$$

где

$$u_0 = \max\{u_n^{(1)}; u_n^{(11)}\}; t = \frac{R_o}{V_o} \tau,$$

$$u_{no}^{(m)} = \frac{u_n^{(m)}}{u_o}, \quad \hat{v}_n^{(m)} = \frac{v_n^{(m)}}{v_o},$$

здесь

$$v_0 = \max\{v_n^{(m)}\}, \quad \text{Re} = \frac{v_0 R_o}{\gamma_0}.$$

Полученное уравнение эквивалентно уравнениям:

$$\frac{\partial \psi_n^{(m)}}{\partial \tau} + u_{n0}^{(m)} \frac{\partial \psi_n^{(m)}}{\partial \hat{x}} - \dot{v}_n^{(m)} D\psi_n^{(m)} = 0 \quad (5)$$

$$D\psi_n^{(m)} = 0 \quad (6)$$

$$\dot{v}_n^{(m)} = \frac{v^{(m)}}{\text{Re}_0}$$

С учетом равенства (6) вводим потенциал скорости и решение искомой задачи представим в виде [3]:

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_n^{(m)} &= \frac{\partial \varphi_n^{(m)}}{\partial \hat{x}} + \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \hat{\psi}_n^{(m)}}{\partial \hat{r}} \\ \hat{v}_n^{(m)} &= \frac{\partial \varphi_n^{(m)}}{\partial \hat{r}} - \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \hat{\psi}_n^{(m)}}{\partial \hat{x}} \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Функцию потенциала скорости и тока находим в виде:

$$\begin{aligned} \varphi_n^{(m)} &= R_n^{(m)}(r) \cdot \exp[i(k_o \hat{x} - \omega_o \tau)] \\ \psi_n^{(m)} &= F_n^{(m)}(r) \cdot \exp[i(k_o \hat{x} - \omega_o \tau)] \end{aligned} \quad (8)$$

где $k_0 = kR_0$, $\omega_0 = \omega \cdot u_0 / R_0$, k , ω – волновое число, ω – частота колебания.

Распределение скоростей и давлений в обоих слоях каждой фазы дисперсной смеси определяется из равенств:

$$\begin{aligned}
u_n^{(m)} &= \left\{ ik_o A_n^{(m)} I_0(k_o \hat{r}) + A_n^{(m)} K_0(k_o \hat{r}) - \lambda_n^{(m)} [C_n^{(m)} I_0(\lambda_n^{(m)} \hat{r}) - D^{(m)} \hat{K}_0(\lambda_n^{(m)} \hat{r})] \right\} \\
&\times \exp[(k_o \hat{x} - \omega_o \tau) i]. \\
v_n^{(m)} &= \left\{ k_o [A_n^{(m)} I_1(k_o \hat{r}) - B_n^{(m)} K_1(k_o \hat{r}) + ik_o [C_n^{(m)} I_1(\lambda_n^{(m)} \hat{r}) + D^{(m)} \hat{K}_1(\lambda_n^{(m)} \hat{r})] \right\} \\
&\exp[i(k_o \hat{x} - \omega_o \tau)] \\
P^{(m)} &= \left[\rho^{(m)} A^{(m)} I_0(k_o \hat{r}) + \rho^{(m)} C_0^{(m)} K_0(k_o \hat{r}) \right] [i\omega_o - K_0 u^{(m)}] \\
&\exp[i(k_o \hat{x} - \omega_o \tau)] + const.
\end{aligned} \tag{9}$$

где: $\rho^{(m)} A^{(m)} = \sum_{n=1}^2 \rho_n^{(m)} A_n^{(m)}$, $C^{(m)} \rho^{(m)} = \sum_{n=1}^2 \rho_n^{(m)} C_n^{(m)}$.

Коэффициенты $A_n^{(m)}$, $B_n^{(m)}$, $C_n^{(m)}$, $D_n^{(m)}$ определяются из граничных условий обоих слоев. Характеристические уравнения для волновых чисел имеют вид:

$$(\lambda_n^{(m)})^2 = k_o^2 - i \frac{\omega_o - k_o u_n^{(m)}}{V_n^{(m)}}. \tag{10}$$

В зависимости динамических и кинематических условий в потоке внешней среды и струи дисперсной смеси возникают различные характеристики волновых движений двухслойного потока и закрутка потока.

Закрутка потока проводится завихрителем, расположенным вблизи коаксиальных труб с радиусами R_1 , R_2 ($R_1 < R_2$). Течение ламинарное, стационарное, осесимметричное. У входа в зазор даются входные условия для гидродинамических параметров потока дисперсной смеси. Предполагается, что радиальные скорости каждой фазы смеси малы относительно тангенциальной и осевой скоростей. Каждая фаза жидкости несжимаемая, концентрации постоянны. В качестве модели дисперсной примеси принята модель многофазной взаимопроникающей взаимодействующей смеси сред Х.А. Рахматулина [5,6]. При этих предположениях уравнения движения и неразрывности в цилиндрических координатах в Озееновом приближении будут иметь вид:

$$\frac{\partial \hat{u}_{n\theta}}{\partial \hat{z}} = \frac{1}{\text{Re } \nu_1} \left[\frac{\partial^2 \hat{u}_{n\theta}}{\partial \hat{r}^2} + \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \hat{u}_{n\theta}}{\partial \hat{r}} - \frac{\hat{u}_{n\theta}}{\hat{r}^2} \right] + k_{0n} (\hat{u}_{p\theta} - \hat{u}_{n\theta}) \tag{11}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \hat{r}} = \frac{1}{\hat{r}} (\hat{\rho}_1 \hat{u}_{1\theta}^2 + \hat{\rho}_2 \hat{u}_{2\theta}^2)$$

$$\frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial^2 \hat{u}_{nz}^2}{\partial \hat{z}^2} = - \frac{\partial}{\partial \hat{z}} \left(\frac{\partial \hat{u}_{nz}}{\partial \hat{r}} \right) + \frac{1}{\text{Re } \nu_1} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left(\frac{1}{\hat{r}} \left(\frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left(\hat{r} \frac{\partial \hat{u}_{nz}}{\partial \hat{r}} \right) \right) \right) + k_{0n} (\hat{u}_{pz} - \hat{u}_{nz}),$$

где $\hat{u}_{n\theta} = \frac{\tilde{u}_{n\theta}}{V_{10}}$, $\hat{u}_{nz} = \frac{\tilde{u}_{nz}}{V_{10}}$, $\hat{u}_{nr} = \frac{\tilde{u}_{nr}}{V_{10}}$ V_{10} - средняя осевая скорость смеси, $u_{n\theta}$, u_{nr} , u_{nz} - компоненты вектора скорости частиц каждой фазы смеси.

$$\frac{\partial(\hat{r} \hat{u}_{nr})}{\partial \hat{r}} + \frac{\partial(\hat{r} \hat{u}_{nz})}{\partial \hat{z}} = 0 \quad V_{10} = \frac{f_1 \tilde{V}_{10} + f_2 \hat{\rho} \tilde{V}_{20}}{f_1 + \hat{\rho} f_2}, \tag{12}$$

где \tilde{V}_{k0} - средняя осевая скорость частиц каждой фазы у входа в трубу, $\hat{\rho} = \frac{\rho_{2i}}{\rho_{1i}}$, f_n , ρ_{ni} - объёмная концентрация и истинные плотности каждой фазы смеси [5-7].

Граничные условия (для свободного входа вихря).

При $z = 0$ $\hat{u}_{n\theta} = \frac{\Gamma_{n0}}{\hat{r}}$.

При $z = L$ $\hat{u}_{n\theta} = 0$, $\frac{\partial u_{nz}}{\partial \hat{r}} = 0$.

Введем в рассмотрение циркуляцию скорости $\Gamma_n = \hat{r}\hat{u}_{n\theta}$ и функцию момента осевой компоненты скорости n -ой фазы $\Phi_n = \hat{r} \frac{\partial \hat{u}_{nz}}{\partial \hat{r}}$ и новую переменную $y = \frac{\text{Re } \hat{r}^2}{4\hat{z}}$. Тогда уравнения (1) и (3) приводятся к следующему виду:

$$y \left[\frac{v_n}{v_1} \Gamma_n'' + \Gamma_n' \right] - k_{0n} (\Gamma_n - \Gamma_s) = 0 \quad (13)$$

$$y \left[\frac{v_n}{v_1} \Phi_n'' + \Phi_n' \right] - k_{0n} (\Phi_n - \Phi_s) = y \frac{d\hat{u}_{n\theta}^2}{dy},$$

где $v_n = \frac{\mu_n}{\rho_{ni}}$ - кинематические коэффициенты вязкости каждой фазы смеси. Для решения уравнения (6) с учётом условий (5) имеем:

при $y \rightarrow \infty$ $\Gamma_n = \Gamma_{n0}$, при $y = y_1$ $\Gamma_n = 0$, где $y_1 = \frac{\text{Re } \hat{r}^2}{4L}$. (14)

Решение уравнения (6) при малых коэффициентах взаимодействия имеет вид:

$$\Gamma_n = \Gamma_{n0} \left[1 - \exp\left(-\frac{v_1}{v_n}(y_1 - y)\right) \right]$$

Откуда находим тангенциальную скорость n -ой фазы смеси:

$$\hat{u}_{n\theta} = \frac{\Gamma_{n0}}{\hat{r}} \left[1 - \exp\left(-\frac{v_1}{v_n}(y_1 - y)\right) \right].$$

Общее решение уравнения (11) получим в виде:

$$\Phi_n(y) = \exp\left(-\frac{v_1}{v_n}y\right) \left[\int \exp\left(\frac{v_1}{v_n}y\right) (c_{n3} - \hat{u}_{n\theta}^2) dy + c_{n4} \right].$$

Осевую скорость определяем из равенства

$$\hat{u}_{nz} = \frac{1}{\hat{r}} \int \Phi_n(y) \frac{dy}{y} + c_{n5} \quad (11)$$

Коэффициенты c_{n3}, c_{n4}, c_{n5} определяются из граничных условий:

$$\frac{\partial \hat{u}_{nz}}{\partial \hat{r}} \Big|_{y \rightarrow \infty} = 0, \quad \frac{\partial \hat{u}_{nz}}{\partial \hat{r}} \Big|_{y=y_1} = -4\hat{r} \quad \text{и} \quad \int_{R_1}^{R_2} \hat{u}_{nz} \hat{r} d\hat{r} = Q_n = \text{const} \quad (12)$$

$$\Phi_n(y) = \frac{v_1}{v_n} \frac{\Gamma_{n0}^2}{2\hat{r}^2} - \left(4\hat{r}^2 + \frac{v_1}{v_n} \frac{\Gamma_{n0}^2}{2\hat{r}^2} \right) \exp\left(-\frac{v_1}{v_n}(y_1 - y)\right) - \frac{v_1}{v_n} \frac{\Gamma_{n0}^2}{2} \exp\left(-\frac{v_1}{v_n}y\right) \left[Ei\left(\frac{v_1}{v_n}y\right) - 2Ei\left(\frac{v_1}{v_n}y_1\right) + Ei\left(\frac{v_1}{v_n}(2y_1 - y)\right) \right] \quad (13)$$

где $Ei(x)$ - интегрально-показательная функция [6] и при $\hat{z} \geq \frac{v_l Re}{v_n 32} \hat{r}^2$ имеет разложение

ряд по сдвинутым функциям Чебышева I рода $T_n^*\left(\frac{v_l y}{v_n 8}\right)$ в виде [8]:

$$Ei\left(\frac{v_l}{v_n} y\right) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n T_n^*\left(\frac{v_l y}{v_n 8}\right) - \left[\gamma + \ln\left(\frac{v_l y}{v_n 8}\right) \right],$$

γ - постоянная Эйлера-Маклорена, $T_n^*\left(\frac{v_l y}{v_n 8}\right) = T_n\left(\frac{v_l y}{v_n 4}\right) - 1$.

Радиальная скорость определяется из уравнения неразрывности (3) с учётом равенств (4), (10) и (12):

$$\hat{u}_{nr} = \frac{1}{\hat{r}} \left[\frac{Re}{4\hat{z}} \hat{u}_{nz} \left(\frac{Re}{4\hat{z}} - y \hat{u}_{nz}(y) - \int_{\hat{r}}^1 \hat{u}_{nz}(y) dy \right) \right] \quad (14)$$

Распределение давления в трубе определяется в виде:

$$P(y) = P_{\infty} - \int_y^{\infty} (\rho_1 u_{1\theta}^2 + \rho_2 u_{2\theta}^2) dy \quad (15)$$

Касательные напряжения определяются равенствами:

$$\tau_{nr\theta} = f_n \mu_n \left(\frac{\partial \hat{u}_{n\theta}}{\partial \hat{r}} - \frac{\hat{u}_{n\theta}}{\hat{r}} \right), \quad \tau_{nrz} = f_n \mu_n \left(\frac{\partial \hat{u}_{nz}}{\partial \hat{r}} - \frac{\partial \hat{u}_{nr}}{\partial \hat{z}} \right), \quad \tau_{nz\theta} = f_n \mu_n \frac{\partial \hat{u}_{n\theta}}{\partial \hat{z}}.$$

Пользуясь распределениями скоростей (10), (14) и давлений (15), можно определить диссипативную энергию потока дисперсной смеси в виде:

$$E_{дисп} = 2\pi \int_{R_1}^1 d\hat{r} \int_0^L N_{дисп} d\hat{z},$$

где:
$$N_{дисп} = 2\mu_n f_n \left[p_{nrr}^2 + p_{nzz}^2 + \tau_{n\theta\theta}^2 + \frac{1}{2} \tau_{nz\theta}^2 + \frac{1}{2} \tau_{nr\theta}^2 + \frac{1}{2} \tau_{nzz}^2 \right].$$

Коэффициент разложения определяется из табл. 1.

Таблица 1

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8 и далее
α_n	1.6739	1.2285	-0.3138	0.03178	-0.026	0.0067	-0.0016	0.00034	$\alpha_n \leq 10^{-4}$

Выводы:

1. При малых возмущениях возникают малые изменения динамических характеристик потока дисперсной смеси и формы образующей меняются в конкретных интервалах.

2. Скорость затухания вращательного движения смеси зависит от входных параметров и касательных напряжений, нарушается устойчивость потока, что приводит к распаду смеси жидкости на отдельные части.

3. Распределение скоростей и скорость изменения давлений в трубе зависит от входных параметров.

4. Появляются зоны резкого изменения осевой скорости, в продолжение которых и за пределами этой зоны поток перегруппируется в закрученный поток и происходит устойчивое движение смеси. Эти процессы происходят за счёт уменьшения тангенциальной скорости с удалением от входа в трубу.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гольдитик М.А. Вихревые потоки. Новосибирск, 1981.
 [2] Гостинцев Ю.А., Покил П.Ф., Успенский О.А. Поток Громеко-Бельтрами в полу-бесконечной цилиндрической трубе // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. 1971, №2, стр. 3-10.

- [3] *Лышевский А.С.* Закономерности дробления жидкостей механическими форсунками, Новочеркасск, 1961.
- [4] *Розанова Н.Н., Янгиев А.А.* Кинематические характеристики закрученного потока в цилиндрическом и конфузорных участках отводящего водовода высоконапорного вихревого шахтного водосброса // Труды М. ТМИ, 1990.
- [5] *Рахматулин Х.А.* Основы газовой динамики взаимодействующих движений сплошных сред // ПИММ. 1956, Т. 20, №2, стр. 184-195.
- [6] *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред, часть 1. 1978, 464 с.
- [7] *Хамидов А.А., Худайкулов С.И.* Теория смеси вязких жидкостей. Ташкент, Фан, 2003, 140 с.

Дата поступления
20.09.2025

Xudayqulov S., Kaniev J., Abduvakhobov A. Dispers aralashmalar turbulent oqimlar bilan o'zaro ta'sirlashganda ko'p fazali to'liqlar va ularning qo'llanilishi.

Annotatsiya. Dispers aralashmaning yarim cheksiz silindrik quvurdan boshqa dispers aralashma ichida (kichik qo'zg'alishli) tarqalish masalasi ko'tarilgan. Har ikkala qatlamdagi dispers aralashmalar tezliklar va bosimlar taqsimoti olinadi.

Kalit so'zlar: dispers aralashma, ikki fazali oqim, kichik buzilishlar usuli, oqim barqarorligi, rahmatulin modeli, fazalararo chegara tebranishlari.

Khudaykulov S., Kaniev J., Abduvakhobov A. Multiphase waves in the interaction of dispersed mixtures with turbulent flows applications.

Abstract. The distribution of small disturbances during the flow of a dispersed mixture from a semi-infinite pipe into a submerged space containing another dispersed mixture is examined. Velocity and pressure distributions in both dispersed mixture flows are obtained.

Keywords: dispersed mixture, two-phase flow, small disturbance method, flow stability, rakhmatulin model, interphase oscillations.

УДК. 532

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ 3D КРЫЛА ONERA M6 НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ SA И SST

Мадалиев М.Е.

Ферганский государственный технический университет, Фергана, Узбекистан

E-mail: Madaliev.me2019@mail.ru, m.e.madaliyev@ferpi.uz

Аннотация. В статье представлено исследование моделей турбулентности SA и SST в пакете программ Comsol Multiphysics для задачи обтекания стреловидного крыла с профилем ONERA M6 на участках размаха с углом атаки 3,06 градусов и числом Маха $M_\infty=0.84$. В работе для численной реализации уравнений турбулентности использован метод конечных элементов. Для стабилизации дискретизированных уравнений использована стабилизация по методу наименьших квадратов Галеркина. Полученные результаты сопоставлены с результатами экспериментальных данных. Результаты модели турбулентности SA показали лучшую сходимость с экспериментальными данными, чем модель SST.

Ключевые слова: уравнения Навье–Стокса, отрывное течение, модель SST, модель SA, Comsol Multiphysics, NASA.

Введение. В современном мире моделирование аэродинамических характеристик играет важную роль в разработке и оптимизации различных летательных аппаратов. Одним из ключевых инструментов в этой области является использование компьютерных программ для создания трехмерных моделей и проведения численного анализа. В данном контексте особое внимание привлекает 3D модель крыла ONERA M6, разработанная Французским национальным центром аэрокосмических исследований (ONERA). ONERA M6 является одним из наиболее широко используемых стреловидных крыльев в аэродинамическом сообществе для проверки и сравнения различных численных методов и программных средств [1–5]. Ее особенность заключается в сложной геометрии, которая включает в себя комбинацию угловых и криволинейных поверхностей. Эта модель предоставляет уникальную возможность проверить точность и эффективность методов расчета аэродинамических характеристик [6–8].

Для проведения численного анализа аэродинамических характеристик модели ONERA M6 широко применяются различные методы вычислений, включая метод конечных объемов (Finite Volume Method, FVM) [9], метод конечных элементов (Finite Element Method, FEM) [10], метод конечных разностей (Finite Difference Method, FDM) [11] и другие. Однако, в последние годы наибольшее внимание уделяется методам высокого порядка точности, таким как метод конечных элементов (Finite Element Method, FEM) на основе па-

кета программ Comsol Multiphysics. Применение методов высокого порядка позволяет достичь более точных результатов при моделировании сложных аэродинамических потоков вокруг модели ONERA M6, что особенно важно при анализе турбулентных режимов движения. Эти методы также обладают высокой эффективностью и могут значительно сократить время вычислений по сравнению с традиционными подходами. Важным аспектом численного анализа является также верификация и валидация результатов. Это включает в себя сравнение численных данных с экспериментальными измерениями и результатами других независимых расчетов, а также оценку чувствительности результатов к различным параметрам моделирования. Для исследования обтекания стреловидного крыла с профилем ONERA M6 была использована программа Comsol Multiphysics.

Comsol Multiphysics – это мощная инженерная программа, предназначенная для моделирования и анализа различных физических процессов во многих областях науки и техники. Включая в себя широкий спектр модулей и инструментов, Comsol Multiphysics позволяет инженерам и исследователям создавать комплексные модели, объединяющие различные физические явления [11]. Для аэродинамических и гидродинамических расчетов, в том числе, для моделирования течений вокруг объектов, таких как модель ONERA M6, Comsol Multiphysics предоставляет инструменты для решения уравнений Навье-Стокса, уравнений Эйлера и других уравнений, описывающих поведение жидкости или газа. Одним из преимуществ Comsol Multiphysics является его гибкость и возможность интеграции различных физических моделей и уравнений, что позволяет создавать комплексные и многофизические модели, учитывающие взаимодействие различных физических процессов. Такой подход особенно полезен при исследовании сложных аэродинамических явлений и оптимизации формы объектов.

Цель данной статьи заключается в исследовании моделей турбулентности SA и SST для задач течения турбулентного потока вокруг аэродинамического профиля ONERA M6 на участках размаха с углом атаки 3.06 градусов и числом Маха $M_\infty=0.84$. Полученные численные результаты сравниваются с известными экспериментальными данными, представленными на веб-сайте NASA Turbulence Modeling Resource (TMR) [12] и в других работах [1–5].

Физическая и математическая постановка задачи. Крыло ONERA M6 представляет собой широко используемый трехмерный тестовый пример для проверки численных методов и моделей турбулентности для трансзвуковых течений. Поле течения рассчитывается при числе Маха набегающего потока 0.84 , угле атаки 3.06° и числе Рейнольдса набегающего потока 14.6×10^6 . Неструктурированная сетка, используемая при моделировании, состоит из $5\,696\,979$ ячеек, а минимальный нормализованный шаг сетки до стены составляет 1.5×10^{-5} . На рис. 1а показан крупный план крыла ONERA M6, а на рис. 1б показан общий вид геометрической области и граничные условия [12].

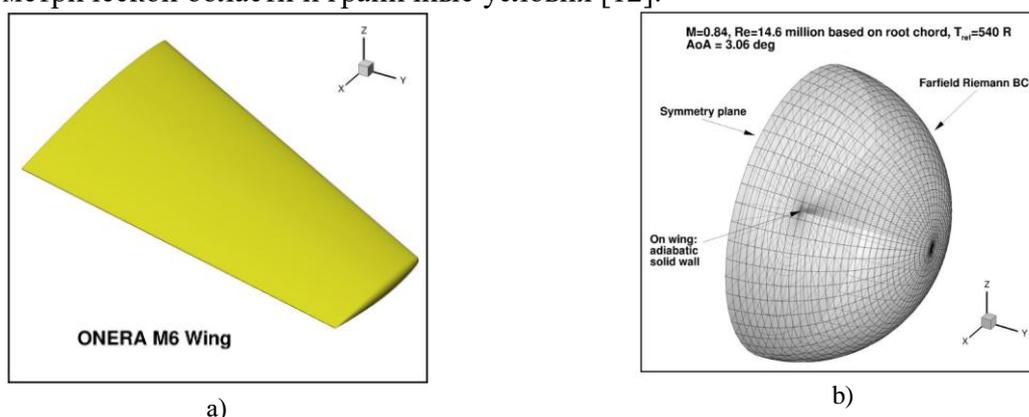


Рис. 1. Общий вид геометрической области и граничные условия крыла ONERA M6

Математическая модель. Для решения этой задачи использовались уравнения Навье-Стокса, осреднённые по Рейнольдсу. Уравнения Навье-Стокс представляют собой систему дифференциальных уравнений, описывающих движение несжимаемой жидкости:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где \bar{u}_i - компоненты среднего скоростного поля, \bar{p} - среднее давление, ν - кинематическая вязкость, τ_{ij} - компоненты тензора напряжений, ρ - плотность. Первое уравнение описывает изменение скорости жидкости с течением времени, под действием внешних сил, вязкости и давления. Второе уравнение - уравнение неразрывности - гарантирует сохранение массы жидкости. Для замыкания уравнений Навье-Стокса, осреднённых по Рейнольдсу, в контексте моделей турбулентности, используются дополнительные уравнения или соотношения, которые описывают эффекты турбулентности на осредненные поля.

Модели турбулентности. Модель турбулентности SA (Spalart-Allmaras) [13–15] является одной из наиболее распространенных и простых моделей для предсказания турбулентных потоков. Она была разработана Ф. Спалартом и Э. Альмарасом в 1992 году и получила широкое применение в инженерной практике. Основная идея модели SA заключается в том, что она использует одно уравнение для предсказания переменной $\tilde{\nu}$, которая является аналогом кинематической вязкости ν в модели k - ϵ . Это уравнение представляет собой транспортное уравнение для вязкости турбулентности $\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}$, где f_{v1} - функция, корректирующая турбулентную вязкость.

Уравнение турбулентной вязкости в модели SA выглядит следующим образом:

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \tilde{\nu} = C_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - C_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma_v} \nabla \cdot [(v + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}] + \frac{1}{\sigma_v} C_{b2} \nabla \tilde{\nu} \nabla \tilde{\nu}. \quad (2)$$

Модель SA хорошо подходит для моделирования различных типов турбулентных потоков, включая пристенные и отрывные потоки. Она показывает хорошее соответствие с экспериментальными данными и обладает относительной простотой в настройке и использовании, что делает её популярным выбором для инженерных расчетов.

Модель переноса касательных напряжений Ментера (SST) [16–17] является комбинацией моделей k - ϵ и k - ω . Для пристеночного слоя используется k - ω , для внешнего региона – k - ϵ . В настоящее время эта модель является очень популярной и входит во многие пакеты программ по вычислительной гидродинамике.

$$\begin{cases} (\mathbf{U} \cdot \nabla) k = \nabla \cdot [(v + \sigma_k \nu_t) \nabla k] + P - \beta^* \omega k, \\ (\mathbf{U} \cdot \nabla) \omega = \nabla \cdot [(v + \sigma_\omega \nu_t) \nabla \omega] + \frac{\gamma}{\nu_t} P - \beta \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \nabla \omega \nabla k. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь k – удельная турбулентная кинетическая энергия ($\text{м}^2 \text{с}^{-2}$), ω – удельная скорость турбулентной диссипации (с^{-1}). Остальные значения представлены в работах [16].

Метод решения. Для стандартных моделей турбулентности SA и SST были использованы стандартные решатели COMSOL Multiphysics. Все вычисления проводились на компьютере с восьмиядерным процессором Intel i7-1100HQ, тактовой частотой 3.2 ГГц, 32 ГБ оперативной памяти DDR3, жестким диском объемом 1024 ГБ и операционной системой Windows 7 (64-разрядная). Время вычислений для модели SA составило 22 часа 20 минут, а для модели SST – 28 часов 40 минут.

Результаты расчетов и их обсуждение. Установившееся решение на крыле визуализируется через поверхностный график числа Маха с контурами давления, как показано на рис. 2. В обеих моделях заметно слияние двух слабых скачков по размаху крыла.

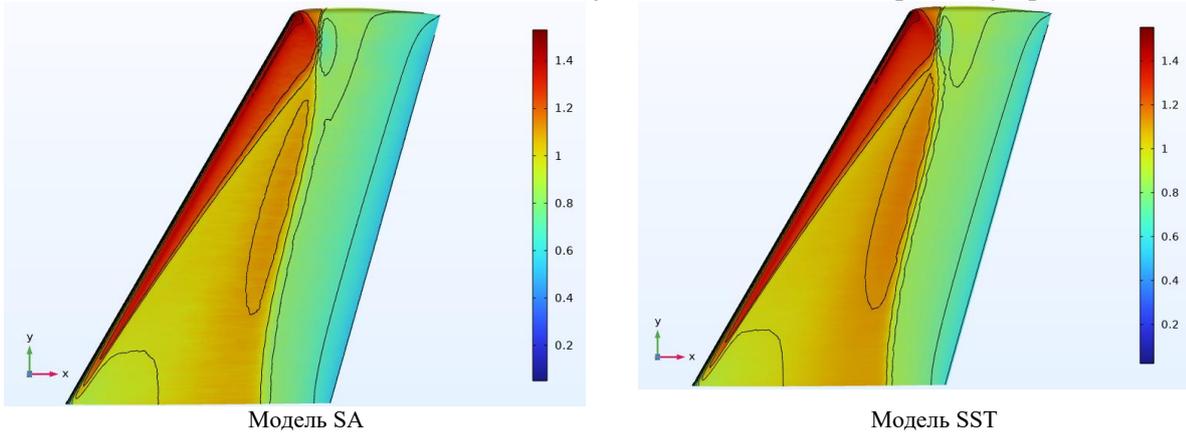


Рис. 2. Поверхностный график числа Маха с контурами давления для двух моделей

На рис. 3 показано изменение температуры на поверхности верхней части крыла.

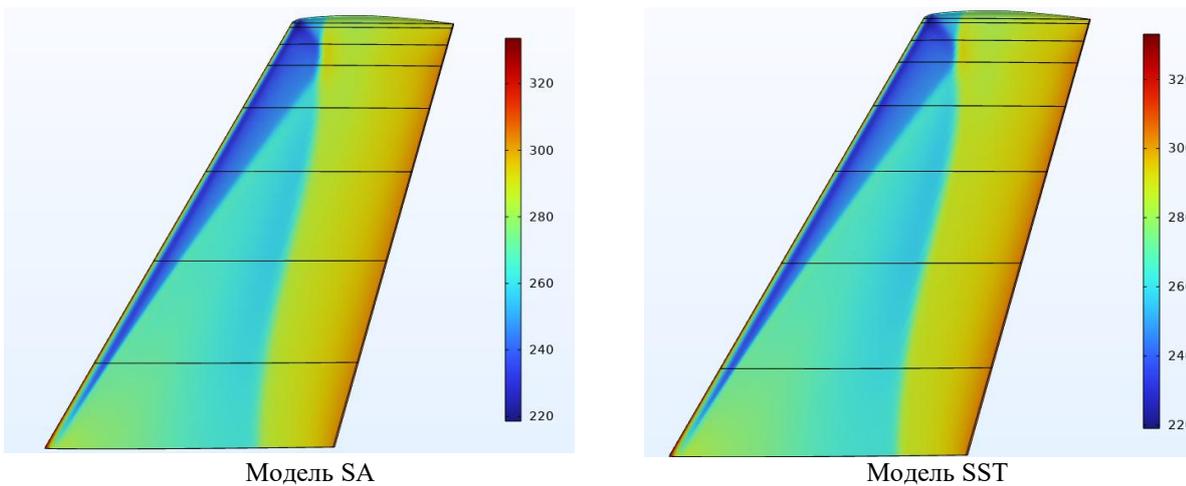


Рис. 3. Поверхностная температура.

Как видно из рис. 3, разница температур между передней и задней поверхностями крыла составляет 100К.

На рис. 4 представлены изолинии скорости в сечении крыла при $Y/B = 0.65$.

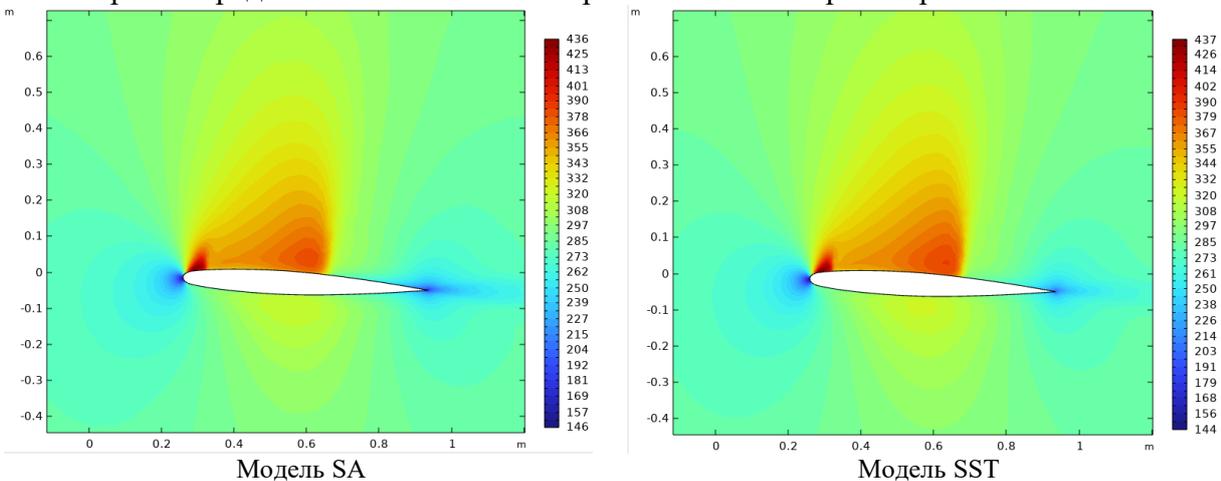


Рис. 4. Изолинии скорости в сечении крыла при $Y/B = 0.65$.

Валидность моделирования обеспечивается сравнением с экспериментами коэффициента давления (рис.5), определяемого выражением

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{0.5\rho U_0^2},$$

где p - давление в точке на поверхности профиля, p_∞ - давление свободного потока, ρ - плотность свободного потока, U_0 - скорость свободного потока.

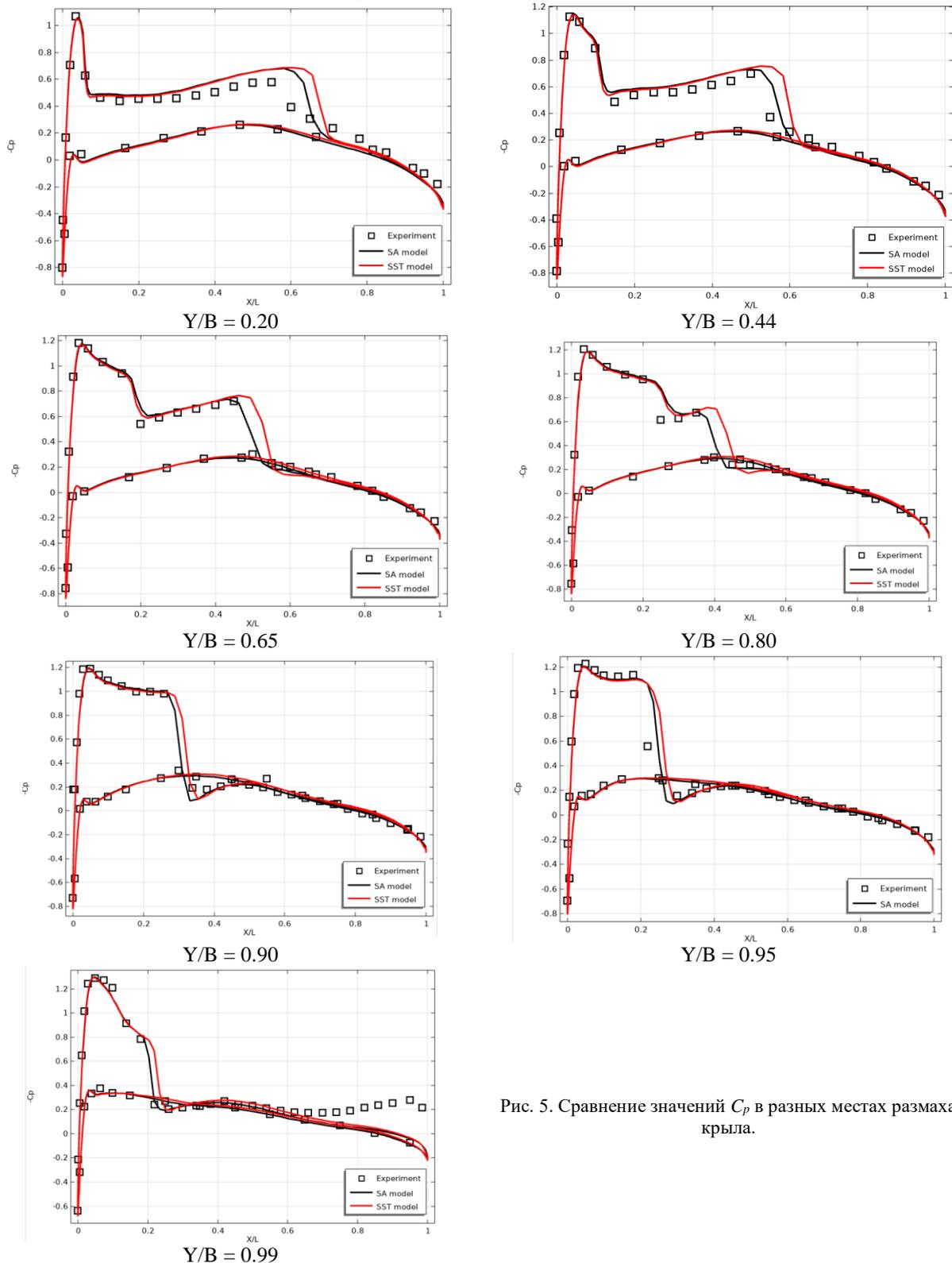


Рис. 5. Сравнение значений C_p в разных местах размаха крыла.

Как видно из рис. 5, результаты обеих моделей достаточно близки друг к другу, основное отличие заключается в расположении ударной волны на верхней поверхности крыла. Из полученных результатов видно, что результаты модели SA ближе к экспериментальным данным, чем результаты модели SST.

Заключение. В ходе данного исследования были проведены численные расчеты аэродинамических характеристик модели ONERA M6 с использованием стандартных моделей турбулентности SA и SST в программном комплексе COMSOL Multiphysics. Результаты показали, что обе модели демонстрируют сходные результаты, однако имеют различия в распределении ударной волны на верхней поверхности крыла. Из анализа полученных данных следует, что модель SA обеспечивает более близкие к эксперименту результаты, особенно в отношении расположения ударной волны. Это свидетельствует о более высокой точности модели SA при предсказании аэродинамических явлений в данной конфигурации. Таким образом, на основе проведенного исследования можно сделать вывод о преимуществе модели SA перед моделью SST в контексте аэродинамического моделирования ONERA M6. Однако, необходимо отметить, что выбор модели турбулентности может зависеть от конкретных условий задачи и требований к точности результатов. Дальнейшие исследования могут быть направлены на расширение анализа других моделей турбулентности и их сравнение с экспериментальными данными для различных условий потока.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Harris Ch. D.* NASA supercritical airfoils : a matrix of family-related airfoils / Ch. D. Harris. – Hampton, Virginia: NASA Langley Research Center. 1990,74 p.
- [2] *Ivanova A. V., Kuzmin A. G.* Non-uniqueness of the transonic flow past an airfoil // *Fluid Dynamics*. 2004, Vol. 39, No. 4, pp. 642–648
- [3] *Schmitt V., Charpin F.* Pressure distributions on the ONERA-M6-wing at transonic Mach numbers // *Experimental Data Base for Computer Program Assessment : Report of the Fluid Dynamics Panel Working Group 04*. – Neuilly-sur-Seine, France : Advisory Group for Aerospace Research and Development, 1979, Chapter B1, pp. B1-1–B1-44.
- [4] *Menter F. R., Kuntz M., Langtry R.* Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, Begell House, Inc. 2003, pp. 625 - 632.
- [5] *Mayeur J., Dumont A., Destarac D., Gleize V.* RANS simulations on TMR test cases and M6 wing with the Onera elsA flow solver // *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting (AIAA SciTech Forum 2016)*, San Diego, California, USA, 4–8 January 2016. – Reston, VA : American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2016, 31 p.
- [6] *Hart P.L., Schmitz S.* Drag decomposition using partial-pressure fields: ONERA M6 wing // *AIAA Journal*. 2022, Vol. 60, No. 5, pp. 2941–2952.
- [7] *Kuzmin A.* On the lambda-shock formation on ONERA M6 wing // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2014, Vol. 9, No. 20, pp. 7029–7038.
- [8] *Nilsson S., Yao H. D., Karlsson A., Arvidson S.* Effects of viscosity and density on the aeroelasticity of the ONERA M6 wing from subsonic to supersonic speeds // *AIAA AVIATION 2022 Forum*, Chicago, Illinois & Online, 27 June–1 July 2022. – Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2022, 18 p.
- [9] *Eymard R., Gallouët T., Herbin R.* Finite volume methods // *Handbook of Numerical Analysis*. – Amsterdam: Elsevier. 2000, Vol. 7: Numerical Methods for Fluids (Part 3) / ed. by P. G. Ciarlet, J. L. Lions, pp. 713–1018.
- [10] *Dhatt G., Lefrançois E., Touzot G.* Finite element method. London : ISTE Ltd ; Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, Inc. 2012, 610 p.
- [11] *Moczo P., Kristek J., Halada L.* The finite-difference method for seismologists. An Introduction. Bratislava: Comenius University. 2004, 161 p.
- [12] *Turbulence Modeling Resource/ Langley Research Center Turbulence Modeling Resource; NASA.*
- [13] *Spalart P.R., Allmaras S.R.* A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, USA, 6–9 January 1992. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics. 1992, 22 p.
- [14] *Spalart P. R.* Trends in turbulence treatments // *Fluids 2000 Conference and Exhibit*, Denver, CO, USA, 19–22 June 2000. – Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2000, 19 p.
- [15] *Spalart, P.R., Rumsey, C. L.* Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations // *AIAA Journal*. 2007, Vol. 45, No. 10, pp. 2544-2553.
- [16] *Menter F. R.* Zonal two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows // *24th Fluid Dynamics Conference*, Orlando, FL, USA, 6–9 July 1993. – Reston, VA: AIAA. 1993, 21 p.

Дата поступления
20.09.2025

Madaliyev M.E. SA va SST turbulent modeli asosida onera M6 3D qanotining sonli tahlili.

Annotatsiya. Maqolada Comsol Multiphysics dasturiy ta'minot paketida SA va SST turbulentlik modellarining tadqiqoti keltirilgan. Ushbu tadqiqot hujum burchagi 3,06 gradus va Mach soni $M_\infty=0,84$ bo'lgan sharoitda ONERA M6 profilli kamon shaklidagi qanotni aylanib o'tish masalasini o'rganishga qaratilgan. Ishda turbulentlik tenglamalarini sonli yechish uchun chekli elementlar usulidan foydalanilgan. Diskretlangan tenglamalarni barqarorlashtirish maqsadida Galyorkinning eng kichik kvadratlar usuli qo'llanilgan. Olingan natijalar tajriba ma'lumotlari bilan taqqoslangan. Tahlil shuni ko'rsatdiki, SA turbulentlik modeli SST modeliga nisbatan tajriba natijalari bilan yaxshiroq muvofiqlikka erishgan.

Kalit so'zlar: Nave-Stoks tenglamalari, uzulishli oqim, SST modeli, SA modeli, Comsol Multiphysics, NASA.

Madaliev M.E. Numerical analysis of 3D ONERA M6 Wing using the SA and SST turbulence models.

Abstract. This article presents a study of the SA and SST turbulence models implemented in the COMSOL Multiphysics software for analyzing the flow around a swept wing with the ONERA M6 Wing profile. The finite element method is employed for the numerical implementation of the turbulence equations. To stabilize the discretized equations, the Galerkin least squares method is utilized. The results obtained from the simulations are compared with experimental data. The findings indicate that the SA model shows better agreement with experimental data than the SST turbulence model.

Keywords: Navier–Stokes equations, separated flow, SST model, SA model, Comsol Multiphysics, NASA.

УДК 532.5:612.7

ДИНАМИКА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ПОТОКОВ ТУЯМУЮНСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

Яхшибаев Д.С.

Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий,
Ташкент, Узбекистан

E-mail: d.yaxshibayev@tuit.uz

Аннотация. Рассматриваются разные критерии динамической устойчивости стратифицированных потоков Туямуюнского водохранилища, связанные с водоснабжением тепловых электростанций. Для рационального использования водохранилища-охладителя требуется знание условий, при которых плотностная стратификация устойчива, а также степени перемешивания потоков разной плотности в случае нарушения этих условий. Рассматривается расчет селективного водозабора и определение условий динамической устойчивости стратифицированных потоков.

Ключевые слова: Туямуюнское водохранилище, стратифицированные потоки, динамическая устойчивость, селективный водозабор, плотностная стратификация, теплоэлектростанция, перемешивание потоков.

Воды Туямуюнского водохранилища имеют разные плотности. При их слиянии наблюдаются стратифицированные потоки, т.е., наблюдается плотностное расслоение жидкости. Оно влияет на формирование пространственных течений, а также в значительной степени определяет охлаждающую способность водохранилища.

Для решения ряда задач, связанных с водоснабжением тепловых электростанций, рациональное использование водохранилища-охладителя требует знания условий, при которых плотностная стратификация устойчива, а также степени перемешивания потоков разной плотности в случае нарушения этих условий. Так, при расчете селективного водозабора одной из основных задач является определение условий динамической устойчивости стратифицированных потоков и определение вида стратификации, так как только при наличии плотностного расслоения жидкости, возможно осуществлять селективный и, в частности, глубинный забор воды.

Критерии динамической устойчивости стратифицированных потоков. Изучению динамической устойчивости стратифицированных потоков посвящены работы Тейлора, Гольдштейна, Келлегана, Харлемана, Уи, Лофквиста, Макагно и Рауза, Нетюхайло и других.

Теоретическое исследование динамической устойчивости обычно основывается на методах теории возмущений. Применительно к изучению динамической устойчивости стратифицированных потоков эти методы сводятся к основным: методу малых колебаний, энергетическому методу и методу многофазной жидкости, где в рассматриваемых жидкостях происходит взаимодействие фаз, которое приводит ограничивающий слой к возмущению.

Гольдштейн [1] исследовал условия динамической устойчивости стратифицированных потоков в двух случаях, отличающихся один от другого распределением плотности по глубине.

Область устойчивости, по Гольдштейну, в первом случае определена графиком

$$h = f(\sigma), \text{ где } h = \frac{\varepsilon gh}{u_1^2}, \sigma = 2kh \quad (1)$$

здесь ε - относительная плотность; $1/h = u_1^2/\varepsilon gh$ - плотностное число Фруда (Fr'); $k = 2\pi/\lambda$; λ - длина волны поверхности раздела.

Во втором случае получено, что поверхность раздела устойчива для всех длин волн, если $n \geq 1/4$.

Тейлор [2] рассмотрел динамическую устойчивость потоков с линейным распределением скорости по глубине и с двумя случаями распределения плотности по глубине. В первом случае, система устойчива, если $\alpha^2 \leq 4g\beta$, имея в виду, что $\alpha = \partial u / \partial y$ и $\beta = (1/\rho)(\partial \rho / \partial y)$, и, что поверхность раздела устойчива, если

$$\frac{g}{\rho} \frac{\partial u / \partial y}{(\partial u / \partial y)^2} \geq \frac{1}{4} \text{ или } Ri \geq \frac{1}{4},$$

где Ri - число Ричардсона. Во втором случае, Тейлор получил, что поверхность раздела устойчива, если $1/Fr' \geq 1/2$.

Основные идеи энергетического метода изложены в работах Прандтля [5] и Тейлора [2]. Энергетические оценки Ричардсона и Прандтля показали, что турбулентность затухает при $Ri \geq 2$. Тейлор, уточнив результат для той же схемы распределения плотности и скорости, получил, что динамическая устойчивость сохраняется при $Ri \geq 1$.

Кроме методов теории возмущений, существуют другие методы исследования. Так, Харлеман, Уи, Тиссон [3], исследуя движения слоя воды большей плотности под неподвижным легким слоем, из уравнения движения внутренних волн получили, что волны на поверхности раздела устойчивы, если

$$Fr' = \frac{\theta u_2}{\sqrt{\frac{g \varepsilon \lambda}{\pi}}} = 1 \quad (2)$$

Келлеган [4], используя критерий Джеффриуса для разрушения ветровых волн на свободной поверхности, получил параметр устойчивости θ для случая движения более легкого слоя пресной воды по неподвижному соленому нижнему слою:

$$\theta = \left(\frac{1}{(Fr')^2 Re_1} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

где Fr' - плотностное число Фруда и Re - число Рейнольдса для движущегося слоя.

Нетюхайло [6], изучая аналогичную схему при движении температурно-стратифицированных потоков, методом малых колебаний получил критерий устойчивости

$$A = \frac{\left(g \frac{\Delta \rho}{\rho^2} \frac{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}{\rho_1 + \rho_2} \right)^{\frac{1}{3}}}{u_1} \quad (4)$$

Если допустить в критерии θ Келлегана

$$Fr' = \frac{u_1}{\sqrt{\frac{g \Delta \rho}{\rho^2} h}} \text{ и } Re = \frac{u_1 h}{\nu},$$

то получим

$$\theta = \frac{\left(\nu \frac{\Delta \rho}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}}}{u_1} \quad (5)$$

Кроме этих методов, существуют другие методы исследования. Течение в области, где происходит смешивание паровых выделений водохранилищ с атмосферным воздухом исследовано в диссертации доц. Д.С. Яхшибаева [10], где рассмотрена динамическая устой-

чивость потоков появлением пульсации в течениях, что приводит к возникновению турбулизированных областей [9]. Применяется метод теплового баланса, который подчиняется логарифмическому или экспоненциальному закону.

В соответствии с характером перераспределения радиационного теплового потока и закономерностями изменений составляющих теплового баланса, в каждом слое жидкости в то или иное время года происходит формирование определенного метеорологического режима над водной поверхностью.

Для исследования той части, в которой происходит взаимодействие атмосферы с паровыми выделениями с зеркальной части водохранилища [10], условно делится поверхность и вводится граница раздела. Как известно, на границе раздела нижнего слоя атмосферы и верхнего слоя водоёма имеется смущенный тепловой баланс, учитывающий поглощение и отражение радиационного луча. Поглощение тепла, испаряемого из водоёма, выражается через тепловую функцию [1,2]:

$$k^I \rho^I \frac{\partial T^I}{\partial z} - a^{2II} \rho^{II} c^{II} \frac{\partial T^{II}}{\partial z} = R_0' + R_1 \cos \omega t ;$$

рассматриваемая область находится в

$$0 < z < h_1. \quad B = \sqrt{\frac{1+x_0-2\sqrt{x_0}}{1+x_0^2}}, \quad x_0 = \sqrt{\frac{\omega}{\alpha^2 a^2}}.$$

$F/\rho c p$ – изменение температуры при лучистом притоке тепла; $\rho^I c^I$, $\rho^{II} c^{II}$ – плотности, объёмные теплоёмкости, т.е., теплоёмкость воздуха и дисперсной смеси; R_0 – среднесуточное значение радиационного баланса; ω – угловая частота колебания амплитуды; R_1 – суточная амплитуда колебания среднесуточного радиационного баланса.

Уравнение распространения температуры в нижнем слое атмосферного воздуха над водоёмом в области $0 < x < \infty$, $0 < z < h$ имеет вид:

$$\frac{\partial T^{(II)}}{\partial t} + \dot{u}_{cm}^* \frac{\partial T^{(II)}}{\partial x} + \dot{w}_{cm}^* \frac{\partial T^{(II)}}{\partial z} = \lambda^2 \left[\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right],$$

где λ – коэффициент теплопроводности. Находим первоначальную вихревую функцию Γ_0 :

$$\Gamma_0 = \frac{T_0 - \exp(-\hat{z}\gamma) - T_1^*(\tau) \exp(-\alpha_1 \tau)}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{\eta_1^2}{4}\right) d\eta_1} \quad (6)$$

Закономерность распространения теплового потока в жидкой среде имеет вид:

$$T^{(II)} = \frac{\int_0^\eta \exp\left(-\frac{\eta_1^2}{4}\right) d\eta_1}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{\eta_1^2}{4}\right) d\eta_1} \left[T_0 \exp(-\hat{z}\gamma_1) - T_1^* \exp(-\alpha_1 \tau) \right] + T_1^*(\tau) \exp(-\alpha_1 \tau) \exp(\alpha_1 \tau + \gamma_1 \hat{z}).$$

График изменения теплового баланса при взаимодействии паровых выделений с зеркальной частью водохранилищ.

Из полученного решения видно, что распространение тепла на выделенной условной части водохранилища подчиняется логарифмическому закону. В каждой части водохранилища происходит формирование определенного метеорологического режима над водной поверхностью в то или иное время года. Этот режим в значительной мере зависит от радиационного баланса.

Заметим, что критерий A (4) отличается от θ только тем, что учитывает изменение вязкости с температурой.

Расчеты проводились для $\sigma=10^{-2}1/c$ при таких значениях h и u , когда генерируются все шесть волн (область G_4). Эти расчеты приведены в табл. 1 для $u = 15 м/с$ и табл. 2 для h

$=0.1$ м. Анализ результатов показал, что при фиксированных значениях u для данного σ , рост стратифицированных потоков Туямуюнского водохранилища на границах раздела от $h=0.1$ м до 1 м практически не влияет на элементы гравитационных волн ζ_1, ζ_6 . Скорости передних частей стратификации $\zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_5$ и фазовые скорости волн ζ_2, ζ_5 , при этом существенно уменьшаются, а \mathcal{G}_3 и \mathcal{G}_4 увеличиваются более, чем в 10 раз.

Таблица 1

k	1	2	3	4	5	6	$h, м$
\mathcal{G}_k	46.30	0.195	0.144	0.136	0.218	16.30	1.0
V_k	46.30	3.110	3.770	5.820	4.300	16.20	
\mathcal{G}_k	46.30	0.223	0.011	0.011	0.237	16.30	0.1
V_k	46.30	7.620	20.61	20.72	7.38	16.30	

Таблица 2

k	1	2	3	4	5	6	$u, м/с$
\mathcal{G}_k	38.30	0.047	0.021	0.021	0.049	24.30	7
V_k	38.30	2.80	4.65	4.84	2.88	24.30	
\mathcal{G}_k	41.30	0.100	0.014	0.014	0.105	21.30	10
V_k	41.30	5.04	11.91	12.13	4.94	21.30	

В случае фиксированного h (табл. 2) с увеличением скорости потока фазовые скорости волн, генерируемых вниз по потоку, увеличиваются, а волн, генерируемых вверх по потоку, уменьшаются. При этом, скорости передних фронтов всех волн (кроме ζ_6) растут, а V_6 уменьшается. Фазовая скорость и скорость переднего фронта волны ζ_1 , так же, как и волны ζ_6 , примерно равны между собой.

Анализ результатов, перечисленных автором, позволил сделать следующие выводы.

1. Изучение динамической устойчивости потоков с плотностным расслоением сводится, в основном, к изучению устойчивости поверхности раздела или слоя раздела.

2. Поверхность раздела считается неустойчивой, если на ней возникают разрушающиеся неустойчивые волны.

3. Критерии устойчивости, полученные различными авторами, в конечном итоге сводятся к числу Ричардсона (Ri) или плотностному числу Фруда (Fr).

4. Критическое значение критериев устойчивости меняется в зависимости от схемы движения и эпюры распределения плотности и скорости.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Goldstein S. On the stability of superposed streams of fluids of different densities // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1951, Vol. 132, pp. 499–526.
- [2] Taylor G. F. Effect of variation in density on the stability of superposed streams of fluid // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1931, Vol. 132. Math. and Phys. Sci, pp. 499–523.
- [3] Harleman D. R. F. Stratified flow // Handbook of Fluid Dynamics. Chapter 26. New York: McGraw-Hill, 1961.
- [4] Keulegan G.H. Interfacial instability and mixing in stratified flows // Journal of Research of the National Bureau of Standards. 1949, Vol. 43, No. 5, pp. 527–551.
- [5] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Изд-во иностр. лит., 1956, 528 с.
- [6] Нетюхайло А.П. Вопросы гидравлики водопропускных сооружений и водохранилищ. вып. II. Труды отдела водного хозяйства промпредприятий ВНИИВОДГЕО, Харьков, 1968.
- [7] Хайдаров Ш.Э., Жураев Х.А., Худайкулов С.И. Моделирование течения вязкой жидкости систем гидроприводов и гидроавтоматики // Наука и технология. Гидротехника. 2023, № 2.
- [8] Худайкулов С.И., Хайдаров Ш.Э. Математический расчёт величины скоростей и удельных расходов в пределах крепления за многопролетной плотиной Резаксайского водохранилища // Наманган мухандислик-курилиши институти. Механика ва технология илмий журнали. 2023, №3(12).
- [9] Саттаров С.М., Худайкулов С.И., Жураев А.М. Моделирование интенсивности питания грунтовых вод, в слоистой толще пород. International Scientific Journal Science and Innovation Issues, dedicated to the 80th anniversary of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan. 2023, Part 3, стр.334-342.
- [10] Яхишбоев Д.С. Моделирование динамики развития стратификационных течений многофазных жидкостей : дис. ... д-ра филос. по техн. н.: 01.02.05. Ташкент, 2018.

Дата поступления
20.09.2025

Yaxshiboyev D.S. Tuyamuyun suv omboridagi qatlamli oqimlar dinamika aralashishi.

Annotatsiya. Turli kriteriyalar orqali Tuyamuyun suv omboridagi qatlamli oqimlarning dinamik barqarorligi, issiqlik elektr stansiyalari suv ta'minoti bilan bog'liq holda, ko'rib chiqiladi. Suv omborini samarali foydalanish uchun qatlam zichligi barqaror bo'lgan shartlarni va bu shartlar buzilganda turli zichlikdagi oqimlarning aralashish darajasini bilish zarur. Ishda selektiv suv olishni hisoblash va qatlamli oqimlarning dinamik barqarorlik shartlarini aniqlash masalalari ko'rib chiqiladi.

Kalit so'zlar: Tuyamuyun suv ombori, qatlamli oqimlar, dinamik barqarorlik, selektiv suv olish, zichlik stratifikatsiyasi, issiqlik elektr stansiyasi, oqim aralashishi.

Yakhshiboyev D.S. Dynamics of Mixing of Stratified Flows in the Tuyamuyun Reservoir.

Abstract: The study examines the dynamic stability of stratified flows in the Tuyamuyun reservoir under various criteria, in connection with the water supply for thermal power plants. For the efficient use of the reservoir, it is necessary to know the conditions under which density stratification is stable, as well as the degree of mixing of flows of different densities when these conditions are violated. The work also addresses the calculation of selective water intake and the determination of the dynamic stability conditions of stratified flows.

Keywords: Tuyamuyun reservoir, stratified flows, dynamic stability, selective water intake, density stratification, thermal power plant, flow mixing.

УДК 629.113

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ГИДРОАККУМУЛЯТОРЕ ГИДРОРЕКУПЕРАЦИОННОЙ ТОРМОЗНОЙ СИСТЕМЫ

¹Пулатов Т.Р. ²Умрзоков Ж.А.

¹Тушинский Политехнический Университет в Ташкенте, Ташкент, Узбекистан

²Ташкентский Государственный Технический Университет, Ташкент, Узбекистан

E-mail: t.pulatov@polito.uz, khusanovjavohir@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается математическое моделирование движения жидкости в гидроаккумуляторе - важном компоненте гидрорекуперационной тормозной системы. Для точного описания движения жидкости использованы осреднённые по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса (RANS) и турбулентная модель RNG k-ε. С помощью данного подхода проанализировано пространственно-временное распределение таких параметров, как давление, скорость, плотность и температура жидкости в гидроаккумуляторе. Результаты численного моделирования визуализированы с помощью линий тока, изолиний и распределения уровня турбулентности, что позволило определить пути снижения энергетических потерь, оптимизацию потока и повышение эффективности тормозной системы. Результаты исследования создают важную научную основу для обеспечения функциональной надёжности рекуперационных систем и совершенствования их конструкции.

Ключевые слова: гидроаккумулятор, гидрорекуперационный тормоз, движение жидкости, математическое моделирование, уравнения RANS, модель RNG k-ε, численный анализ, турбулентный поток, градиент давления, энергетическая эффективность.

Введение. В ответ на глобальные требования по энергосбережению и снижению загрязнения окружающей среды, гидрорекуперационные тормозные системы становятся всё более актуальной технологией в транспортной отрасли. Особенно для тяжёлых грузовых автомобилей важное значение имеют системы, позволяющие восстанавливать энергию, теряемую в процессе торможения, и повторно использовать её. Гидравлические рекуперационные системы аккумулируют избыточную энергию, возникающую во время торможения, с помощью гидроаккумулятора и используют её для продолжения движения или компенсации дополнительных нагрузок. Это не только существенно снижает расход топлива, но и способствует повышению функциональной надёжности тормозной системы.

В данной статье рассматривается гидроаккумулятор - ключевой технический компонент гидрорекуперационной системы, который выполняет функции накопления жидкости под давлением, возврата накопленной энергии в систему и, в конечном итоге, обеспечения общей энергетической эффективности транспортного средства. Движение жидкости в гидроаккумуляторе характеризуется турбулентным и нелинейным поведением, что представляет собой значительную физическую сложность, а математическое моделирование таких процессов является одной из важнейших научных задач.

Проведённые симуляции позволяют оценить такие показатели, как распределение давления и скорости, потери энергии и устойчивость потока. Настоящая статья вносит

вклад в научно-практическое направление, связанное с применением современных методов моделирования гидротехнических систем и разработкой энергосберегающих технологий для транспортных средств.

Математическое моделирование движения жидкости внутри системы. Для моделирования сложных процессов внутри системы использовалась система усреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (RANS). Этот подход широко применяется для определения движения жидкой и газовой фаз, их взаимодействия и характеристик турбулентного потока [1–5]. Уравнения RANS позволяют определить временные средние значения таких параметров, как температура, давление, скорость и плотность в системе, что является эффективным методом математического описания реальных физических процессов. Применение этих уравнений позволяет уменьшить неопределённости процессов, происходящих внутри гидроаккумулятора и гидробака, выявить устойчивые режимы их работы и повысить эффективность всей системы. Особенно важно использование модели RANS для анализа турбулентных потоков с целью определения энергетических потерь и оценки оптимальной динамики движения жидкости в системе [6–7]. Поэтому подход, основанный на уравнениях RANS, выбран в качестве основного инструмента математического моделирования в рамках данного исследования.

Уравнения Навье–Стокса и уравнения закона сохранения массы записываются в тензорной форме следующим образом [8–10]:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j}, \\ \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (i, j = 1, 2, 3). \end{cases} \quad (1)$$

Для прямого численного решения уравнений Навье–Стокса требуется, чтобы число Рейнольдса имело очень малые значения. Учитывая это, используется усреднённая по времени форма уравнений Навье–Стокса, предложенная Рейнольдсом. Здесь \bar{U}_i обозначают соответственно осевую, радиальную и тангенциальную компоненты скорости воздушного потока; \bar{p} - гидростатическое давление; ρ - плотность газа; ν - его молекулярная вязкость. Система уравнений Навье–Стокса, усреднённых по Рейнольдсу (RANS), не является замкнутой. Для её замыкания в линейных моделях применяется обобщённая гипотеза Бусинеска.

$$-\overline{u_i' u_j'} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}.$$

Здесь $\overline{\rho u_i' u_j'}$ компоненты тензора напряжений Рейнольдса. После применения гипотезы Бусинеска уравнение Рейнольдса записывается в тензорной форме следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\rho \partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \nu_t) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right), \\ \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (i, j = 1, 2, 3). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь ν_t - турбулентная вязкость. В приведённом выше уравнении Рейнольдса возникают неизвестные слагаемые, называемые напряжениями Рейнольдса. Для определения

этих напряжений в настоящее время существует множество полуэмпирических моделей. В данной статье использована высоко оценённая модель k-ε (RNG). Дифференциальная форма этой модели записывается следующим образом [11–12]:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \rho \varepsilon, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь

$$C_{2\varepsilon}^* = C_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3},$$

$$\eta = S k / \varepsilon,$$

$$S = (2 S_{ij} S_{ij})^{1/2}.$$

Коэффициент турбулентной вязкости определяется по стандартной k-ε модели следующим образом:

Дополнительные функции и константы модели имеют вид:

$$C_\mu = 0.0845, \sigma_k = 0.7194, \sigma_\varepsilon = 0.7194, C_{\varepsilon 1} = 1.42, C_{\varepsilon 2} = 1.68, \eta_0 = 4.38, \beta = 0.012.$$

На рис. 1 представлены изолинии изменения скорости внутри гидроаккумулятора высокого давления.

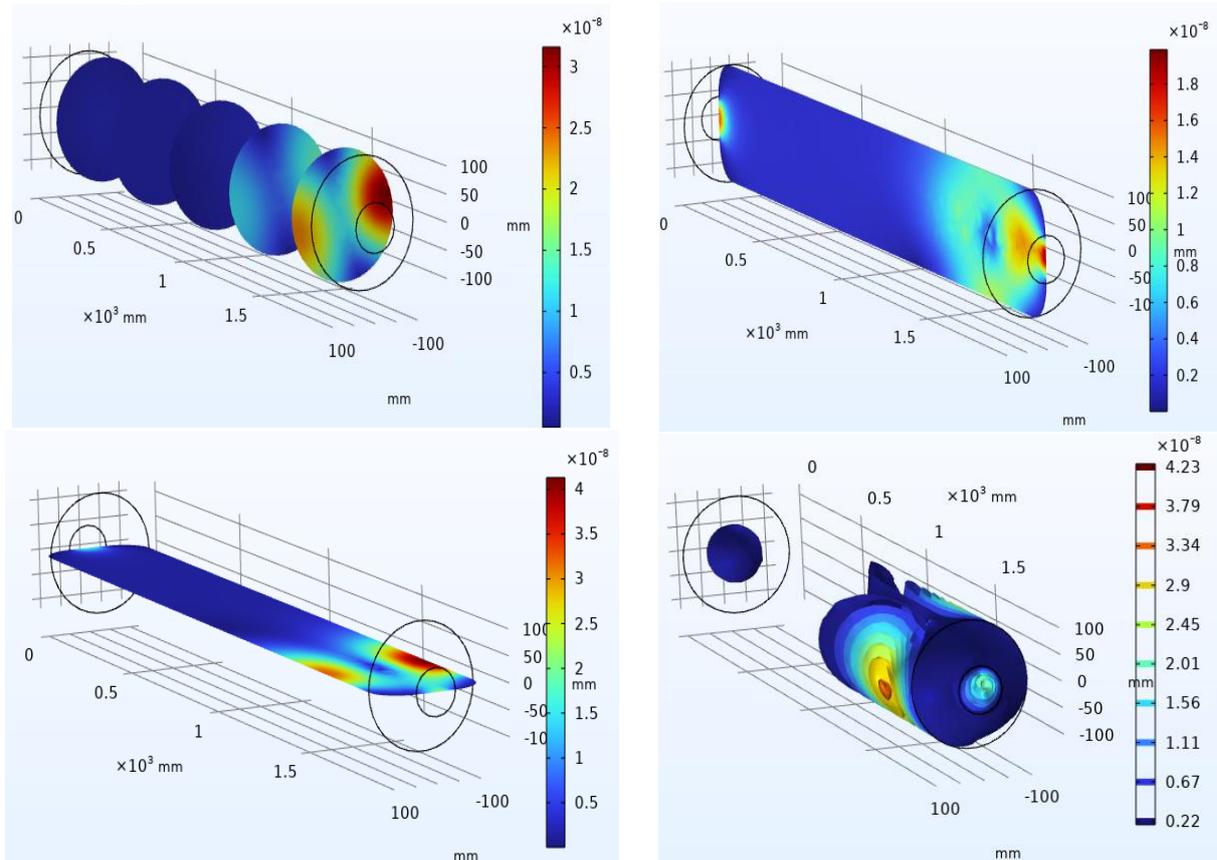


Рис. 1. Изолинии изменения скорости внутри гидроаккумулятора высокого давления

На рис. 2 представлены линии тока, которые показывают направление движения жидкости или газа внутри системы. Эти линии тока имеют важное значение для моделирования турбулентного потока, обеспечивая визуальное представление о движении жидкости, распределении давления и градиентах скорости. По линиям тока можно сделать выводы о режимах течения в гидроаккумуляторе, а также о стабильности и эффективности процессов.

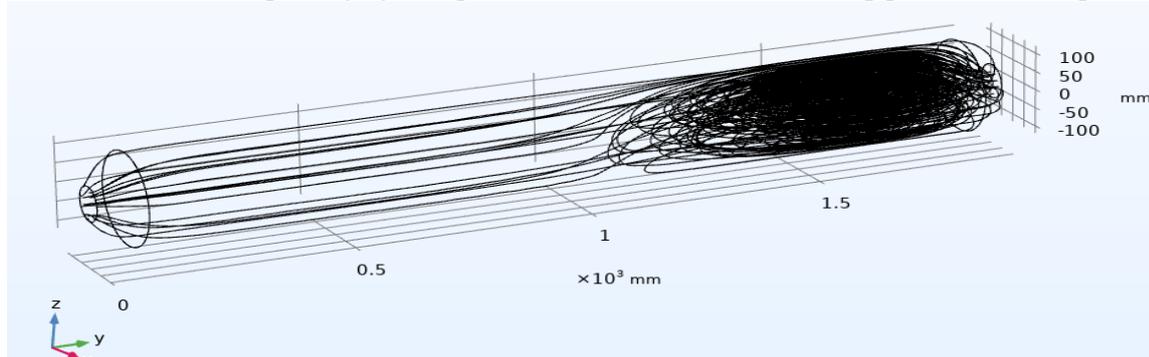


Рис. 2. Линии тока

На данном рисунке линии тока служат основой для анализа таких характеристик, как среднее поле скоростей, вихревые потоки и потенциальные энергетические потери. В частности, проводится анализ взаимного влияния потоков между элементами системы и распределения турбулентности, что играет важную роль в понимании реальных физических процессов. Изображение линий тока является важным инструментом для оптимизации режимов работы системы, снижения энергетических потерь и управления параметрами потока.

На рис. 3 представлены изолинии давления, визуально отражающие распределение давления внутри системы. Изолинии давления, то есть линии, соединяющие точки с одинаковыми значениями давления, показывают пространственное распределение и изменение давления в поле потока. Эти линии помогают определить градиенты давления внутри системы и играют важную роль в управлении движением жидкости или газа.

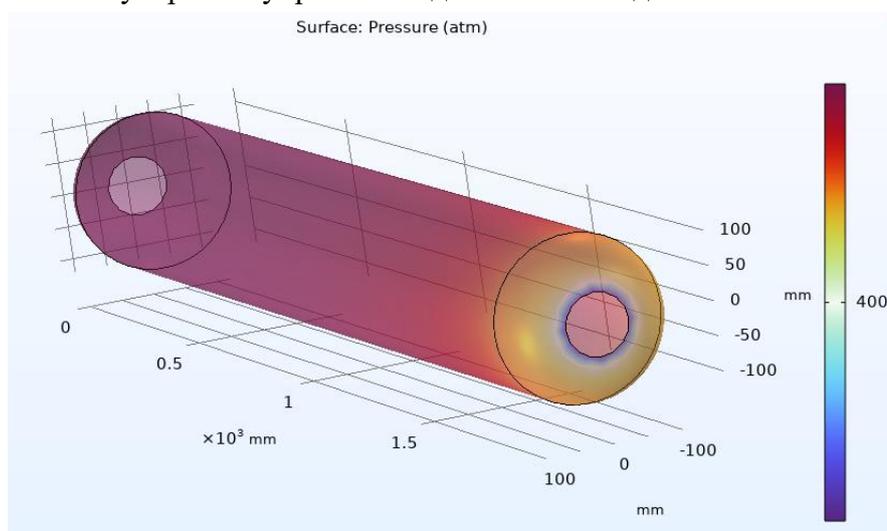


Рис. 3. Изолинии давления

Изолинии давления, показанные на рисунке, позволяют лучше понять изменение давления внутри элементов системы, таких как гидроаккумулятор и гидробак. Распределение давления особенно влияет на уровень турбулентности потока, плотность жидкости и её температуру. Изображения изолиний давления помогают определить технические параметры, необходимые для оптимизации эффективности работы тормозной системы, обеспечения её

стабильности и снижения энергопотребления. Эта визуализация также даёт чёткое представление об изменениях давления внутри системы и их влиянии на характеристики потока, что полезно для более совершенного моделирования и оптимизации.

Заключение. Результаты исследования показывают, что математическое моделирование течения жидкости внутри гидроаккумулятора гидрорекуперативной тормозной системы современными методами является важным научным инструментом для обеспечения эффективности и стабильной работы системы. С помощью численного моделирования, основанного на уравнениях RANS и модели RNG $k-\epsilon$, были проанализированы основные параметры потока - давление, скорость, плотность и уровни турбулентности с пространственной и временной точек зрения. Линии тока и изолинии давления, полученные в процессе моделирования, предоставили важную информацию о внутреннем состоянии системы. Были выявлены взаимодействия турбулентных потоков с гидравлическими компонентами, энергетические потери и потенциальные направления оптимизации, что создало предпосылки для улучшения общих рабочих характеристик тормозной системы. Данное исследование является значительным вкладом в изучение научных основ систем рекуперации энергии для грузовых автомобилей и обеспечение их эффективной работы в реальных условиях. Такой подход в будущем станет теоретической и практической основой для разработки и совершенствования высокоэффективных, экологически чистых и энергосберегающих транспортных систем.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Malikov, Z. M., Mirzoev, A. A., Madaliev, M.* Numerical simulation of the mixing layer problem based on a new two-fluid turbulence model // Journal of Computational and Applied Mechanics. 2022, Vol. 53, No. 2, pp. 282–296.
- [2] *Malikov Z.M., Madaliev M.E., Navruzov D.P., Adilov K.* Numerical study of an axisymmetric jet based on a new two-fluid turbulence model // AIP Conference Proceedings. 2022, Vol. 2637, No. 1, P. 020006.
- [3] *Madaliev M., Yunusaliev E., Usmanov A., Usmonova N., Mukhammadyokubov K.* Numerical study of flow around a flat plate using a higher-order accuracy scheme // E3S Web of Conferences. 2023, Vol. 365, P. 01011.
- [4] *Madaliev E., Madaliev M., Rakhmankulov S., Rakhmonkulova S.* Turbulent mixing of two plane flows based on the SST turbulence model // E3S Web of Conferences. 2023, Vol. 452, P. 02012.
- [5] *Madaliev M., Orzimatov J., Abdulkhaev Z., Esonov O., Mirzarakhimov M.* Several different ways to increase the accuracy of the numerical solution of the first-order wave equation // BIO Web of Conferences. 2024, Vol. 84, P. 02032.
- [6] *Madaliev E., Madaliev M., Mullaev I., Sattorov A., Ibrokhimov A.* Numerical simulation of the layer mixing problem based on a new two-fluid turbulence model // AIP Conference Proceedings. 2023, Vol. 2612, No. 1, P. 050018.
- [7] *Malikov Z. M., Madaliev M. E.* Mathematical modeling of a turbulent flow in a centrifugal separator // Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Matematika i Mekhanika. 2021, Vol. 71, pp. 121–138.
- [8] *Malikov, Z. M., Khamidov N.F.* Study of an immersed axisymmetric turbulent jet in comparative analysis of turbulence models // Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences. 2022, No.2 (101), pp. 101–110.
- [9] *Malikov Z.M., Nazarov, F.K.* Numerical study of a two-phase flow in a centrifugal dust collector based on a two-fluid turbulence model // Mathematical Models and Computer Simulations. 2021, Vol. 13, pp. 790–797.
- [10] *Malikov Z.M., Nazarov F.K., Madaliev M.E., et al.* Numerical simulation of a flow in a two-dimensional channel on the basis of a two-liquid turbulence model // Lecture Notes in Computer Science. 2022, Vol. 13413: Next Generation Wired/Wireless Networking. Cham: Springer, 2022, pp. 83–92.
- [11] *Malikov Z.M., Nazarov F.X., Madaliev M.E.* Comparison of advanced turbulence models for the Taylor–Couette flow // Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Matematika i Mekhanika. 2022, Vol. 78, pp. 125–142.
- [12] *Nazarov, F., et al.* Numerical study of laminar flow using various difference schemes // Proceedings of the 7th International Conference on Future Networks and Distributed Systems (7th ICFNDS 2023), Cambridge, United Kingdom, December 13–15, 2023. New York: ACM, 2023. pp. 377–383.

Дата поступления
24.06.2025

Umrzoqov J.A., Pulatov T.R. Gidrorekuперativ tormoz tizimidagi gidroakkumulyator ichidagi suyuqlik xarakatini matematik modellashtirish

Annotatsiya. Maqolada gidrorekuперativ tormoz tizimining muhim tarkibiy qismi bo'lgan gidroakkumulyator ichida suyuqlik oqimining matematik modellashtirilishi yoritilgan. Suyuqlik harakatini aniq ifodalash uchun Reynolds bo'yicha o'rtachalashtirilgan Navye–Stoks (RANS) tenglamalari va RNG $k-\epsilon$ turbulentsiya modeli qo'llanilgan. Ushbu yondashuv yordamida gidroakkumulyator ichida bosim, tezlik, zichlik va harorat kabi parametrlarning fazoviy va vaqtinchalik taqsimoti tahlil qilindi. Sonli modellashtirish natijalari oqim chiziqlari, izolinialar va turbulentslik darajasi orqali vizualizatsiya qilinib, tizimda energiya yo'qotishlarini kamaytirish, oqimni optimallashtirish va tormoz samaradorligini oshirish imkoniyatlari ko'rsatib berilgan. Tadqiqot natijalari rekuперativ tizimlarning funksional ishonchligini ta'minlash hamda konstruksiyani takomillashtirish uchun muhim ilmiy asos yaratadi.

Kalit so‘zlar: Gidroakkumulyator, gidrorekuperativ tormoz, suyuqlik oqimi, matematik modellashtirish, RANS tenglamalari, RNG $k-\epsilon$ modeli, sonli tahlil, turbulent oqim, bosim gradienti, energiya samaradorligi.

Umzrqov J.A., Pulatov T.R. Mathematical modeling of fluid flow in the hydro-accumulator of a hydro-regenerative brake system

Abstract. This article presents the mathematical modeling of fluid flow inside the hydro-accumulator, a crucial component of the hydro-regenerative brake system. To accurately describe the fluid motion, Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS) equations and the RNG $k-\epsilon$ turbulence model were applied. Using this approach, the spatial and temporal distribution of parameters such as pressure, velocity, density, and temperature within the hydro-accumulator were analyzed. The numerical modeling results were visualized through flow lines, isolines, and turbulence intensity, revealing opportunities to reduce energy losses, optimize flow, and enhance braking efficiency. The research findings provide an important scientific basis for ensuring the functional reliability of regenerative systems and improving their design.

Keywords: hydro-accumulator, hydro-regenerative brake, fluid flow, mathematical modeling, RANS equations, RNG $k-\epsilon$ model, numerical analysis, turbulent flow, pressure gradient, energy efficiency.

УДК: 677.072-489.001.76

ТЕХНОЛОГИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ СМЕСОВОЙ ПРЯЖИ ИЗ ВТОРИЧНЫХ ОТХОДОВ НАТУРАЛЬНОГО ШЕЛКА

¹Юсупходжаева Г.А., ²Бекчанова Д.С.

Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности, Ташкент, Узбекистан

E-mail: gulnoz7007@mail.ru

Аннотация. В работе приведены результаты исследования по разработке технологических параметров приготовления смесовой пряжи из хлопковых волокон и вторичных отходов натурального шелка. Приведена новая технологическая цепочка по получению смесовых нитей на современном хлопкопрядильном оборудовании, с учетом его технологических возможностей, а также приведены физико-механические и технологические показатели полученной смесовой нити. Также, приведены показатели заправки ткацкого станка, на котором получено полотно.

Ключевые слова: волокно, отход, натуральный шелк, хлопковое волокно, смесовая пряжа, полотно.

Введение В шелковой промышленности, в частности, на шелкомотальных, шелкокрутильных и шелкоткацких производствах, образуются различные волокнистые отходы, в том числе, очесы шелкопрядения. Множество работ посвящено рациональному использованию отходов, образующихся в кокономотании, однако, разработки по применению такого вида отходов как очесы шелкопрядения, отсутствуют.

Несмотря на положительные качества этого текстильного сырья, например, такие как прочностные свойства, обработка очесов является сложным и трудоемким процессом и требует особой технологии для переработки при смешивании, штапелировании и резке [1].

Материалы и методы. Объектом и методом исследования является отдаваемое предпочтение на сегодняшний день смесовым тканям, изготовленным из смеси натуральных и химических волокон, так как по износоустойчивости они опережают ткани, изготовленные только из хлопковых волокон. Ткани, изготовленные из натуральных смесовых волокон, обладают очень высокими физико-механическими и технологическими показателями. Кроме того, ткани, изготовленные из смесовых нитей, имеют такие положительные параметры, как формоустойчивость и долго держат цвет даже после многократных стирок.

Современное состояние переработки волокнистых отходов натурального шелка анализируется изучением технологии производства шелковой пряжи, существующих данных по образованию коконов и волокнистых отходов шелка, видов отходов при прядении шелка, свойств и показателей выхода. При сортировке коконов по высоким показателям шелконосности пород и гибридов, выход дефектных коконов составляет 6-12% от общей массы коконов. В табл. 1 показан выход дефектных коконов [2].

Эти значения варьируются в зависимости от породы и гибрида коконов. Несмотря на то, что в области шелкопрядения проводились различные научные работы, остается актуальным отсутствие технологии создания нового ассортимента смешанных двухкомпонентных нитей, а также стоит проблема исследования и совершенствования методов их производства.

Выход дефектных коконов

Наименование дефектных коконов	Количество, %
Двойниковые коконы	1-3
Уродливые коконы	0.1-0.2
Мягые коконы	1.7-2.4
Пятнистые коконы	0.9-1.7
Коконы глухари	0.6-1.1
Недомотанные	0.4-0.9
Тонкостенные	0.4-0.7
Дырявые	0.2-0.4
Другие дефектные коконы	0.7-1.6
Всего:	6-12

Нами были изучены свойства и показатели хлопковых волокон, волокнистые отходы натурального шелка и химических волокон. Приведены процессы подготовки волокнистых отходов шелка к прядению, а также результаты исследований штапельной длины волокон. Получение пряжи из волокнистых отходов шелка очень сложный процесс, в котором ключевую роль играют свойства и состав сырья и установление оптимальных режимов технологических процессов.

В связи с тем, что длина волокон для производства хлопко-шелковой пряжи должна быть 32-36 мм и длина вторичных отходов от чесальных машин на шелкопрядильных фабриках различна, в исследовании сначала проводился анализ по длине отходов волокон, образующихся на шелкопрядильном предприятии. Как видно из графика (рис. 1), основную часть составляет доля волокон с массовой длиной 28-40 мм [3].

На основе анализа приведенных данных было установлено, что имеется возможность получения пряжи путем смешивания шелковых волокон с хлопковым волокном [4].

При оценке качества нити важную роль играет стабильная пропорция компонентов по ее длине. Несмотря на то, что одним из компонентов смесовых нитей являются шелковые отходы, они обладают высокими гигиеническими свойствами и низкой себестоимостью, так как эти отходы, в сущности, являются натуральными волокнами. Каждый показатель компонента имеет разную степень влияния на свойства смесовой нити. Правильный подбор компонентов смеси является первым условием успешной совместной переработки хлопка и шелка.

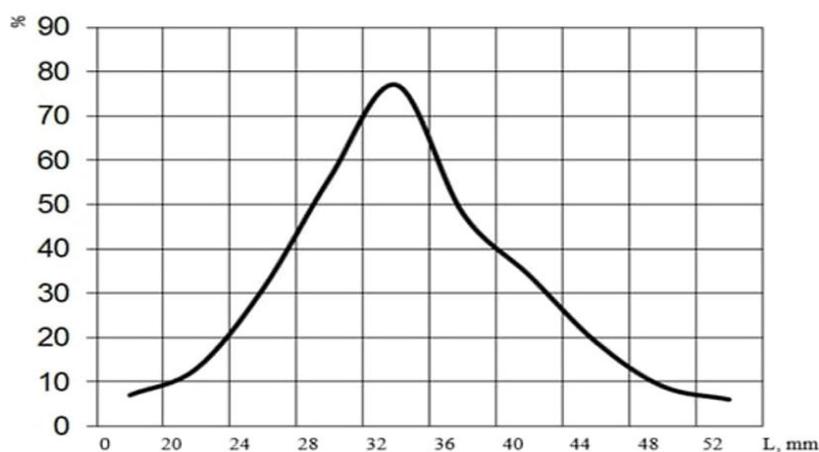


Рис. 1. Анализ штапельной длины волокнистых отходов натурального шелка

Волокнистые отходы шелка, образующиеся в процессе прядения, имеют ряд преимуществ по сравнению с хлопковым волокном (прочность, длина). Хлопковое волокно также обладает рядом свойств, таких как упругость, сцепляемость, высокая воздухопроницаемость. В табл. 2 приведены свойства волокнистых отходов натурального шелка и хлопкового волокна.

Свойства хлопковых и шелковых волокон

Свойства волокон	Хлопковое волокно		Натуральное шелковое волокно (вторичные отходы)
	средневолокнистые	тонковолокнистые	
Длина, mm	28-35	35-45	32-47
Линейная плотность, tex	0.15-0.18	0.12-0.16	0.16-0.33
Удельная разрывная нагрузка, cN/tex	23.0-27.8	30-35	38-40
Удлинение на разрыв, %	4-7	5-8	14-18

С учетом технологических возможностей современного оборудования, которое установлено в учебно-производственной лаборатории института, было предложено получить смесовую нить по новой технологической цепочке [5].

Хлопковое волокно и волокнистые отходы натурального шелка проходят процессы раздельного разрыхления, смешивания, очистки, чесания и формирования ленты, затем на ленточной машине HSR-1000 способом смешивания получена смесовая пряжа (рис. 2).

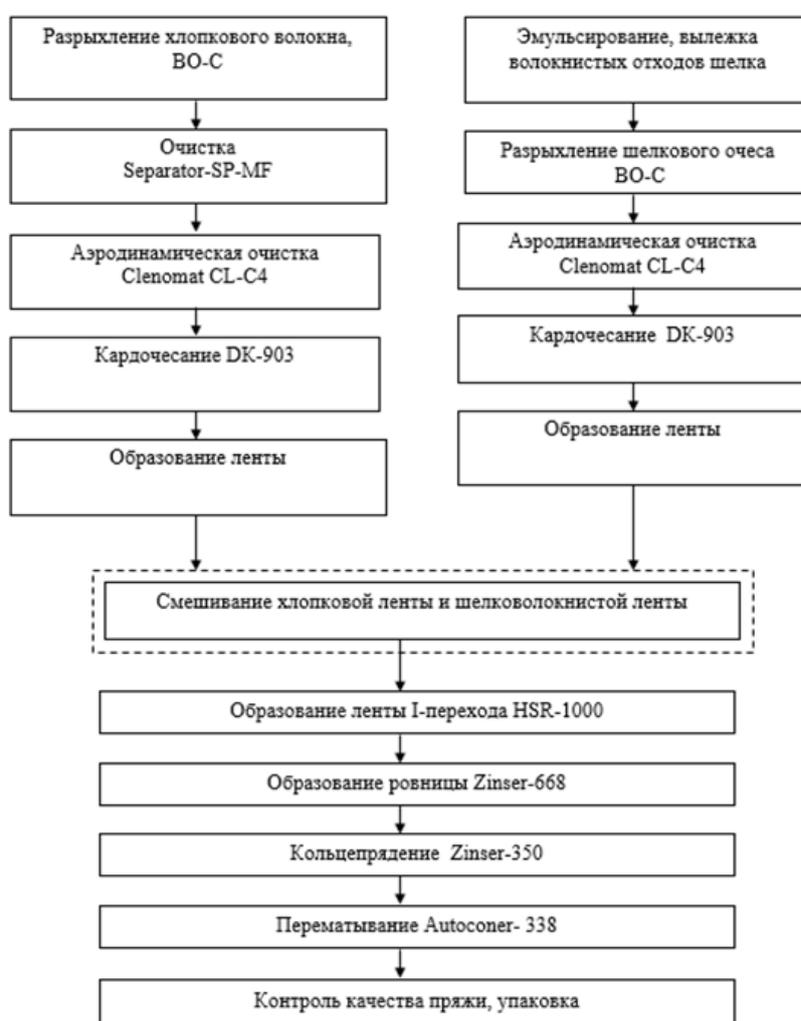


Рис. 2. Новая технологическая цепочка для производства хлопко-шелковой пряжи из смесовых волокон

По разработанной технологии, получена хлопко-шелковая пряжа и изучены её физико-механические свойства в сертификационной лаборатории «CANTEXUZ» при ТИТЛП. Результаты приведены в табл. 3 [6].

Качественные показатели хлопко-шелковой пряжи

№	Показатели	Единицы измерения	Пряжа	
			из чистого хлопкового волокна	из хлопко-шелковой смеси
1.	Линейная плотность нити	<i>tex</i>	20,0	20,2
2.	Коэффициент вариации по линейной плотности	%	1,6	1,4
3.	Разрывная нагрузка	<i>cN</i>	278	341,4
4.	Коэффициент вариации по разрывной нагрузке	%	10,2	9,3
5.	Удельная разрывная нагрузка	<i>cN/tex</i>	13,9	16,9
6.	Коэффициент вариации по удельной разрывной нагрузке	%	9,7	9,9
7.	Показатель качества		1,42	1,7
8.	Удлинение на разрыв	%	3,92	4,22
9.	Количество кручений пряжи	<i>кр/м</i>	796	811
10.	Количество обрывов	<i>1000 вер/кол</i>	64	52

Из табл. 3 видно, что высокие прочностные характеристики натурального шелка повлияли на улучшение физико-механических свойств хлопко-шелковой пряжи.

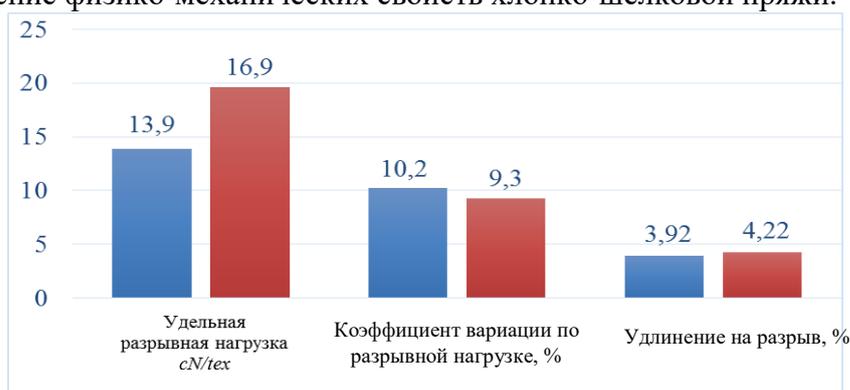


Рис. 3. Сравнительная гистограмма физико-механических свойств хлопко-шелковой пряжи

Анализируя вышеперечисленные показатели, можно сделать следующие выводы: все технологические показатели пряжи, полученной из хлопково-шелковой смеси, высокие, а показатель качества, являющийся одной из основных ее классификаций равен 1,71.

Следует отметить, что опыты проводились, в основном, в соответствии с технологическим регламентом переработки хлопкового волокна. Проведенные здесь технологические эксперименты показывают, что качество пряжи, полученной из смеси хлопкового волокна и вторичных отходов шелка хорошее и доказывают, что пряжу из этих смесей можно получить на оборудовании, предназначенном для переработки хлопкового волокна [7].

Как правило, выработка качественных и конкурентоспособных изделий требует соответствующего сырья, которое можно обеспечить правильным подбором компонентов смесовых нитей. Из полученной смесовой нити мы разрабатывали образцы полотен на ткацких станках, установленных в лаборатории кафедры “Технология текстильных материалов” [8].

Таблица 4

Показатели заправки ткацкого станка

№	Показатели заправки	Единицы	Показатели
1.	Линейная плотность основы	текс	20
	Линейная плотность утка		20
2.	Плотность полотна, в 10см	нить/дм	250
	По основе		
3.	Звообразовательный механизм	-	Кареточный з/о
4.	Количество ремиз	-	10
5.	Вид переплетения	-	полотно

Разработанные нами образцы в двух вариантах, получены на ткацких станках марки АТ-100 И СТБ 216. Свойства полученного полотна изучены в сертификационной лаборатории института.

Таблица 5

Физико- механические свойства ткацкого полотна

№	Физико- механические свойства	Единицы	Показатели
1.	Разрывная нагрузка: основа уток	сN	293.0
			443.1
2.	Воздухопроницаемость	см ³ /см ² .сек	81.3
3.	Истираемость	мин ⁻¹	11400
4.	Поверхностная плотность	gr/m ²	114.1

При исследовании свойств пряжи, то есть физико-механических показателей нити, полученной в результате смешивания вторичных шелковых отходов и хлопкового волокна, доказано, что хлопко-шелковая пряжа обладает более высокими технологическими свойствами, такими как прочность и удлинение при разрыве, чем пряжа, полученная из чистого хлопкового волокна.

Для получения ткани на ткацких станках в качестве нити основы заправлена хлопковая пряжа, а в качестве уточной нити - хлопко-шелковая пряжа. Установлено, что качество и физико-механические свойства полученных тканей выше, чем у ткани полученной из хлопковой пряжи [9].

Заключение. Использование вторичных отходов натурального шелка в смеси с другими натуральными волокнами снижает себестоимость пряжи. Немаловажным фактором является то, что до сих пор неиспользуемые очесы шелкопрядения успешно можно употреблять как сырье в смеси с хлопком для производства качественной смесовой пряжи. Использование вторичных волокнистых отходов натурального шелка в смеси с хлопком не только значительно расширяет сырьевую базу текстильной промышленности, но и позволяет производить разнообразные ткани и трикотажные изделия. Повышение эффективности промышленного производства, увеличение выпуска конкурентоспособных товаров широкого потребления требует рационального и максимального использования богатейших сырьевых ресурсов, доведение их до степени готовой продукции, что в конечном итоге приведет к уменьшению импорта и возрастанию экспорта готовой продукции. Также разработка технологий выработки смесовых нитей обуславливает повышение эффективности использования местного сырья и усовершенствование безотходной технологии.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Yusupkhodjaeva G.A., Yusupkhodjaev A.A. Effective Ways to Use Silk Waste // XV International Scientific Conference “INTERAGROMASH 2023” Global Precision Ag Innovation. 2023, Vol. 2,-pp. 2092-2097.
- [2] Yusupkhodjaeva G.A. Совершенствование технологии по производству пряжи из отходов натурального шелка // Central asian journal of the theoretical and applied sciences, 2022, Vol. 3, No. 8, pp.131-136.
- [3] Юсупходжаева Г. А. Исследование методов для улучшения свойств смесовых нитей из волокнистых отходов шелка // IMRAS Competitions. Best Scientific Research : материалы международного конкурса научных исследований, Индонезия, 10.10.2022. 2022, стр. 88–95.
- [4] Юсупходжаева Г. А. Development of technology mixed the cotton and silk yarn for new assortment of textile materials // TexComp-11 : 11th International Conference on Textile Composites (within Composites Week @ Leuven), Leuven, Belgium, 16–20 Sept. 2013. Leuven, 2013.
- [5] Мардонов Б.М., Юсупходжаева Г.А. К определению законов деформирования хлопко-шелковой пряжи при различных содержаниях шелковых волокон // Проблемы текстиля. 2013, №3, стр. 90-94.
- [6] Юсупходжаева Г.А. Исследования методов улучшения свойств смесовых нитей из натуральных волокон // Журнал Композиционные материалы, Ташкент. 2015, №3, стр. 28-29.
- [7] Юсупходжаева Г.А. Исследование состава смеси по переходам при получении пряжи // Актуальные проблемы производства качественного и конкурентоспособного коконного сырья. Сборник материалов республиканской научно-технической конференции, 24 октябрь Ташкент. 2017, стр. 194-197.
- [8] Юсупходжаева Г.А., Юсупходжаева Н.А. Технология подготовки смесовой пряжи для выпуска тканей и трикотажных полотен // Тезисы докладов. 52-й Международной научно-технической конференции преподавателей и студентов. Республика Беларусь, г. Витебск. 2019, стр. 248-249.
- [9] Юсупходжаева Г.А. Янги ассортиментдаги йигирилган ип ишлаб чикариш технологияси // I Международное книжное издание стран Содружества Независимых Государств “ЛУЧШИЕ В ОБРАЗОВАНИИ - 2021” I Международная книжная коллекция научно-педагогических работников. XIV ТОМ, Нур-Султан, 2021, стр.25-28.

Yusupxodjayeva G.A., Bekchanova D.S. Tabiiy ipakning ikkilamchi chiqindilaridan aralash yigirilgan ip ishlab chiqarish texnologiyasi

Annotatsiya. Ushbu maqolada, paxta tolalari va tabiiy ipakning ikkilamchi tolali chiqindilaridan aralash yigirilgan ip olishning texnologik parametrlarini ishlab chiqish bo'yicha tadqiqot natijalari keltirilgan. Zamonaviy paxtani yigirish uskunalarining texnologik imkoniyatlarini inobatga olgan holda, aralash tarkibli yigirilgan iplarni ishlab chiqarish bo'yicha takomillashtirilgan yangi texnologik zanjir keltirilgan, hamda olingan yangi aralash ipning fizik, mexanik va texnologik parametrlari taqdim etilgan. Shuningdek, mato ishlab chiqarilgan to'quv mashinasining belgilangan muqobil parametrlarining ko'rsatkichlari keltirilgan.

Kalit so'zlar: tola, chiqindi, tabiiy ipak, paxta tolasi, aralash ip, gazlama.

Yusupkhodjaeva G.A., Bekchanova D.S. Technology for producing blended yarn from recycled silk waste

Abstract. This paper presents the findings of a study focused on developing process parameters for producing blended yarn from cotton fibers and recycled silk waste. It introduces a new process chain for creating blended yarns using modern cotton spinning equipment, considering its technological capabilities. The study also details the physical, mechanical, and technological properties of the resultant blended yarn. Additionally, the threading parameters of the weaving loom utilized to produce the fabric are discussed.

Keywords: fiber, waste, natural silk, cotton fiber, blended yarn, fabric.

УДК:633.511

ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЗУБЧАТОГО ПРИВОДА ХЛОПКОУБОРОЧНОГО АППАРАТА, ОСНАЩЕННОГО МАЛОГАБАРИТНЫМИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ БАРАБАНАМИ

Равутов Ш.Т.

¹Ташкентский Государственный технический университет, Ташкент, Узбекистан

E-mail: mr.ravutov@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена обоснованию конструктивных параметров зубчатого привода хлопкоуборочного аппарата нового типа, который обеспечивает повышение полноты сбора хлопка до 90–92 % и снижает трудоёмкость технического обслуживания за счёт оснащения существующего вертикального шпиндельного хлопкоуборочного аппарата 10-ти шпиндельными малогабаритными эллиптическими барабанами. При этом в качестве основного фактора для обоснования конструктивных параметров зубчатого привода нового аппарата выбран коэффициент опережения шпиндельных барабанов $k = 1,28 \div 1,51$.

Ключевые слова: полнота сбора, коэффициент опережения, шпиндельный барабан, эллиптический барабан, зубчатое колесо, количество зубьев, съёмник.

Введение. Несмотря на значительное снижение темпов выращивания хлопка в Узбекистане в последние годы, его нынешние объёмы (близкие к 3 млн тонн) требуют механизации уборки урожая, и задача механизация сбора хлопка остаётся актуальной.

В большинстве стран, занимающихся выращиванием хлопка, для уборки урожая, в основном, применяются горизонтально шпиндельные хлопкоуборочные машины (ГШ ХУМ). Такие машины обеспечивают высокую полноту сбора (до 95%) и производительность. Однако, стоимость и эксплуатационные расходы этих машин чрезвычайно высокие, для достижения требуемой рентабельности их применения необходимо, чтобы урожайность хлопка на поле составляла не менее 40–45 центнеров с гектара и период раскрытия коробочек был максимально сжатым (естественный процесс раскрытия не должен превышать 5–7 дней) [1]. В условиях, где средняя урожайность не превышает 30–35 ц/га, а период, необходимый для подготовки урожая к уборке, растягивается до 10–15 дней, рентабельность оказывается низкой, а качество собранного урожая резко ухудшается.

Вертикально-шпиндельные хлопкоуборочные машины (ВШ ХУМ), изготавливаемые в настоящее время на машиностроительных предприятиях республики на кооперативной основе и предоставляемые фермерам, по полноте сбора, производительности и техническому уровню не могут конкурировать с ГШ ХУМ. Однако эти машины являются недорогими и имеют простую конструкцию. Расходы на их техническое обслуживание в разы ниже обслуживания машин с горизонтальными шпинделями. Рабочие органы вертикально-шпиндельных хлопкоуборочных машин собирают хлопок только из полностью созревших

коробочек. В результате качество собранного урожая выше по сравнению с конкурирующими машинами. Многочисленные исследования ВШ ХУМ показывают, что возможности повышения полноты сбора у машин, работающих по данному принципу, ещё не исчерпаны [1, 2, 3]. Среди работ, выполненных в этом направлении, важно отметить фундаментальные исследования, посвященные обоснованию технологических режимов работы аппарата через коэффициент опережения барабана ($k_v = v_B/v_M$) [4, 5, 6].

Одним из направлений повышения полноты сбора, производительности и ресурсосбережения ВШ ХУМ, а также упрощения процессов их обслуживания, является использование в качестве основного рабочего органа вертикальных шпиндельных эллиптических барабанов [2, 7, 9]. Эти барабаны обладают следующими преимуществами:

1. Увеличивается зона контакта шпинделей с кустами хлопчатника и количество одновременно работающих шпинделей при сборе.

2. Рационально выбирая габариты барабана и размеры элементов механизма, можно сократить общее количество шпинделей в барабане без уменьшения числа одновременно работающих шпинделей при сборе.

3. За счёт подбора оптимальных скоростных режимов шпинделей можно повысить их активность и интенсивность процесса «самосброса» хлопка со шпинделей в зоне съема [10, 12].

4. При уменьшении поперечных размеров секций аппарата на 25–30%, снижается трудоемкость технического обслуживания аппарата.

На кафедре «Наземные транспортные системы» Ташкентского государственного технического университета на протяжении ряда лет ведутся научные исследования по применению эллиптических вертикально-шпиндельных барабанов в хлопкоуборочных машинах. Основное внимание при этом уделяется увеличению зоны контакта шпинделей с хлопковыми кустами и числа одновременно работающих шпинделей, а также повышению эффективности их использования за счёт оптимизации кинематических режимов шпинделей [7, 8, 10].

Цель данного исследования - обоснование размеров и параметров зубчатых колёс привода барабанов и съёмников предлагаемого хлопкоуборочного аппарата.

Материалы и методы. На основе полученных теоретических результатов были разработаны и изготовлены в металле два варианта таких барабанов с разными размерами и разработаны компоновочные схемы двух типов хлопкоуборочных аппаратов с эллиптическими барабанами.

В 1-м варианте аппарата количество шпинделей в барабане составляет 12, поперечный размер по центрам шпинделей соответствует размеру барабана существующего аппарата – $b = R_6 = 292$ мм, а продольный размер составляет $a = 352$ мм (коэффициент эллиптичности $\xi = a/b = 1.2$, где a и b – большая и малая полуоси эллипса) (рис. 1). Геометрические размеры барабана конструктивно выбраны исходя из условия обеспечения минимально допустимого расстояния между шпинделями (61–76 мм) [4, 5, 6].

В работах [8, 9] теоретически обосновано, что при оснащении аппарата барабанами с такими размерами, количество активных шпинделей, контактирующих с хлопковыми кустами, может увеличиться до 50 %, что позволяет достичь высокой полноты сбора. Однако, увеличение продольного размера барабанов требовало внести серьёзные изменения в размеры и конструкции рамы аппарата: для каждого барабана приходилось конструировать отдельные шарнирные рамы и пневмокамеру, увеличив тем самым общую длину рамы аппарата до 1081 мм, вместо 806 в серийном варианте (рис. 1). При этом усложнились и зубчатые приводы шпиндельных барабанов.

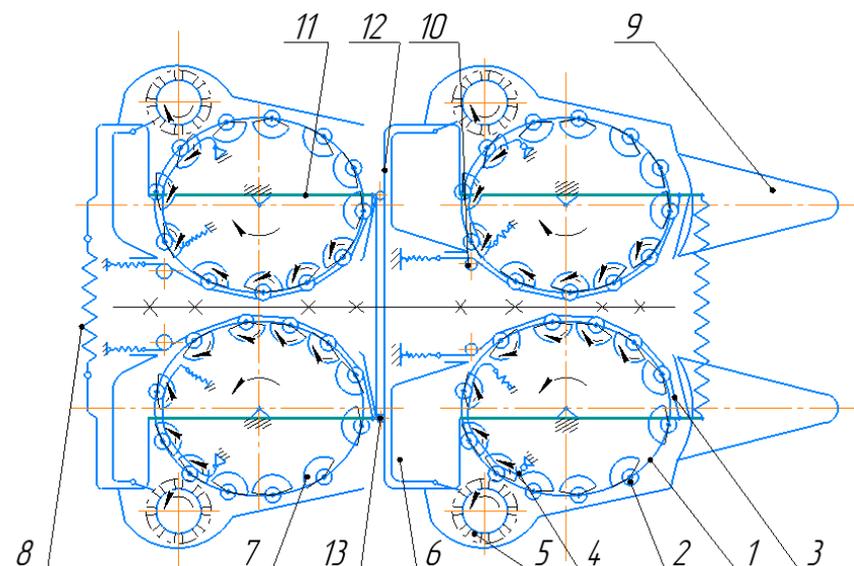


Рис. 1. Принципиальная схема хлопкоуборочного аппарата, оснащённого эллиптическим барабаном размером 292x352 мм с 12-ю шпинделями: 1 – барабан; 2 – шпindelь; 3 – фрикционная лента; 4 – колодка обратного вращения; 5 – щёточный съемник; 6 – приёмная камера; 7 – прижимной щиток; 8 – пружина; 9 – подъёмник кустов; 10 – натяжной ролик; 11 – рама; 12 – балка; 13 – шарнир

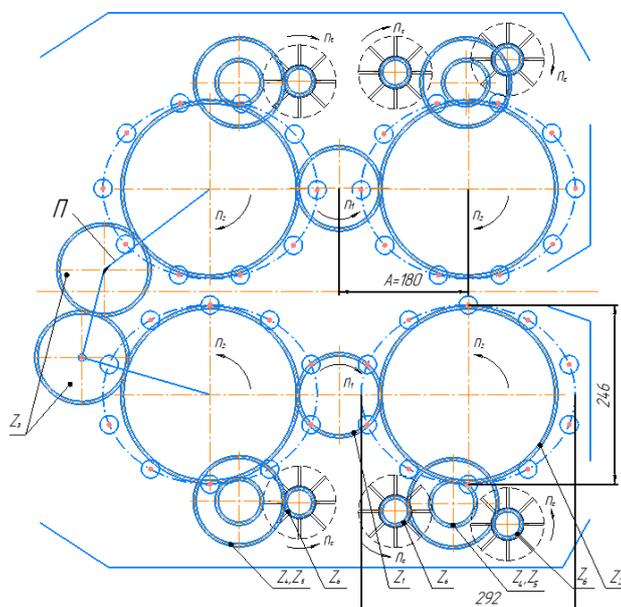


Рис. 2. Принципиальная схема хлопкоуборочного аппарата, оснащённого малогабаритными эллиптическими барабанами с 10-ю шпинделями

Во 2-м варианте аппарата количество шпинделей в барабане составляет 10 штук, поперечный размер по центрам шпинделей – $b = 246$ мм, а продольный размер соответствует размеру существующего барабана: $a = 292$ мм, что идентично диаметру барабана существующего хлопкоуборочного аппарата (коэффициент эллиптичности $\xi = a/b \approx 1.2$) (рис. 2). Такой барабан условно назовём малогабаритным эллиптическим барабаном.

Так как продольный размер барабана соответствует диаметру круглого барабана ($a=R_6 = 292$ мм), в конструкцию каркаса хлопкоуборочного аппарата не требуется вносить изменения, а в транспортном канале достаточно внести лишь незначительные локальные изменения.

Хлопкоуборочный аппарат, оснащённый малогабаритными эллиптическими барабанами, помимо вышеуказанных обладает следующими преимуществами:

1. Поперечный размер барабана уменьшается на 20%, что расширяет возможности фронтального размещения сборочных блоков аппарата на машине и облегчает техническое обслуживание аппарата.
2. На каждом барабане экономится по 2 шпинделя (на одном двухрядном аппарате экономится 16 шпинделей).
3. Согласно исследованиям [8, 9], несмотря на уменьшение общего количества шпинделей на барабанах на 20%, количество активных шпинделей, контактирующих с хлопком, в барабане размером 246×292 мм увеличивается на 25% по сравнению с существующими круглыми барабанами.
4. Снижение общего количества шпинделей в барабанах способствует энергосбережению.

Хлопкоуборочный аппарат 1-го варианта, оснащённый эллиптическим барабаном с 12-ю шпинделями, считается перспективным с точки зрения возможности резкого повышения полноты сбора и качества собранного хлопка. Однако с точки зрения промышленной реализации более практичным можно считать 2-й вариант. Это связано с тем, что в данном случае не требуется значительных изменений в конструкции существующего вертикально-шпиндельного аппарата, и появляется возможность определить перспективность эллиптических барабанов при меньших эксплуатационных затратах.

Предлагаемый хлопкоуборочный аппарат по составу узлов, их расположению и принципу действия не отличается от существующих аппаратов. Однако благодаря движению шпинделей по эллиптической траектории и увеличению количества активных шпинделей в барабане появляется возможность повысить полноту сбора [7, 8, 9]. В новом аппарате в качестве основных рабочих органов (шпиндели, щёточные съёмники, приёмная камера и др.) используются рабочие органы существующего аппарата.

Проведённые исследования [8, 9] показывают, что при проектировании нового аппарата основное внимание должно быть уделено обеспечению оптимальных кинематических режимов рабочих органов. Это, в свою очередь, требует обоснования размеров и параметров зубчатых колёс привода барабанов.

Метод выбора количества зубьев шестерен привода аппарата. Как уже отмечалось выше, кинематическая схема зубчатого привода барабанов нового аппарата остаётся без изменений. Однако из-за уменьшения поперечного размера барабана с 292 мм до 246 мм происходят изменения в кинематических режимах шпинделей, которые влияют на качество работы аппарата.

Одним из важнейших факторов, определяющих качество процесса сбора в вертикально-шпиндельных хлопкоуборочных машинах, является коэффициент опережения барабана [10]:

$$k_v = \frac{V_B}{V_M}, \quad (1)$$

где V_B – окружная скорость центра шпинделя при относительном движении; V_M – скорость движения машины.

Из опыта эксплуатации ВШ ХУМ известно, что при значениях $k_v = 1.28 \div 1.51$, машина достигает наилучших показателей по полноте сбора [4, 6].

На I-ой скорости существующей ВШ ХУМ МХ-1,8 окружная скорость барабана составляет $V_B = 1.83$ м/с, а скорость движения машины составляет $V_M = 1.14$ м/сек и соответственно коэффициент опережения принят в пределах $k_v \approx 1.6$, что значительно превышает рекомендованные значения.

Но на конструкциях ВШ ХУМ, выпущенных заводом «Ташсельмаш» в 70-80-х гг. прошлого века, I-я (основная) рабочая скорость машины составляла $V_M = 1.04$ м/сек, а окружная скорость барабана – $V_B = 1.46$ м/с, что обеспечивало коэффициент опережения

барабана в пределах $k_v = 1.4 \div 1.41$. Такие кинематические параметры обеспечивали довольно высокую и стабильную полноту сбора (до 90%) и стабильность других агротехнических показателей машины.

В эллиптическом барабане же скорость шпинделей является переменной и зависит от положения шпинделя в рабочем зазоре [7, 8].

На рис. 3 приведены значения скоростей шпинделей, определённые в зависимости от числа оборотов вала барабана по методу, предложенному в наших предыдущих исследованиях [8, 9]. Как видно из графиков, чтобы в самой узкой части рабочей щели (в диапазоне углов $85-100^\circ$) линейная скорость центра шпинделя достигала $1.45-1.50$ м/сек (то есть обеспечивался коэффициент опережения $k = 1.4 \div 1.41$), число оборотов вала барабана должно составлять $120-125$ об/мин.

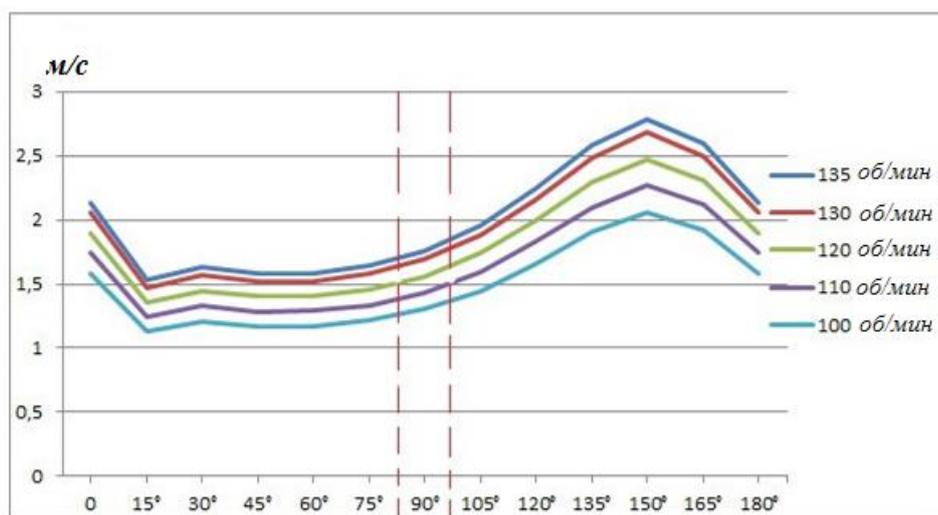


Рис. 3. График зависимости скорости центра шпинделя малогабаритного эллиптического барабана от частоты вращения вала

Скорость движения машины, оснащённой малогабаритным эллиптическим барабаном, остаётся постоянной.

В хлопкоуборочном аппарате, оснащённом малогабаритными эллиптическими барабанами, место установки барабанов остаётся без изменений. Следовательно, расстояние между центрами приводных шестерён также остаётся неизменным. На рис. 2 показана схема главного зубчатого привода барабанов и съёмников аппарата. Согласно ей, шестерни барабанов Z_2 , установленные на неподвижной раме в одном ряду, получают движение от редукторной шестерни Z_1 . Барабаны, расположенные на подвижных рамах, получают движение от паразитных шестерён Z_3 , установленных на поводке П.

Результаты. В существующих хлопкоуборочных аппаратах число зубьев редукторной шестерни $Z_1=30$, число зубьев шестерни барабана $Z_2=90$, модуль зубьев $m=3$ мм, сумма зубьев $Z_\Sigma=120$. Расстояние между осями редукторной и барабанной шестерён составляет $A=(Z_\Sigma / 2) m = 180$ мм. Число оборотов главной редукторной шестерни аппарата принято равным $n_1=330$ об/мин. Это обеспечивает необходимое число оборотов для серийных барабанов ($n_2=105$ об/мин) и требуемую окружную скорость центра шпинделя ($V_B=1.46$ м/с).

В аппарате, оснащённом малогабаритными эллиптическими барабанами, расстояние A сохраняется. Однако при оснащении машины новыми барабанами, для достижения окружной скорости шпинделей, удовлетворяющей коэффициенту $k=1.4 \div 1.41$, необходимо изменить число зубьев приводных шестерён.

Для определения числа зубьев приводных шестерён в предлагаемом аппарате воспользуемся следующими соображениями.

Примем число оборотов эллиптического барабана равным $n_2=120$ об/мин (в соответствии с рис. 3, для углов $85-95^\circ$) и определим передаточное отношение привода:

$$i_{1,2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (2)$$

Чтобы расстояние между осями зубчатой передачи осталось неизменным, сумма числа зубьев приводных шестерён должна оставаться постоянной, то есть:

$$Z_1 + Z_2 = Z_{\Sigma}. \quad (3)$$

В нашем примере

$$i_{1,2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{330}{120} = \frac{Z_2}{Z_1} = 2.75 \text{ и } Z_1 + Z_2 = Z_{\Sigma} = 120.$$

Поэтому можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{Z_2}{Z_1} = 2.75 \\ Z_1 + Z_2 = 120 \end{cases}. \quad (4)$$

Решив данную систему уравнений, получаем: $Z_1=32$ и $Z_2=88$. Следовательно, для выполнения условия $k=1.4 \div 1.41$, число зубьев приводных шестерён должно быть: $Z_1=32$ и $Z_2=88$.

Однако для нормального протекания технологического процесса сбора хлопка в аппарате также необходимо, чтобы число оборотов щёточных барабанов съёмника в зоне отделения хлопка от шпинделей находилось в пределах допустимых значений. Во многих исследованиях [10, 12, 13] приведены рекомендации по числу оборотов щёточных съёмников. Согласно этим данным, рациональное число оборотов щёточных съёмников, обеспечивающих полный съём хлопка со шпинделей без его повреждения должно быть в пределах $1650 \div 1800$ об/мин. Исходя из этого, в существующих хлопкоуборочных аппаратах число оборотов съёмников выбрано в пределах $1650-1750$ об/мин.

В существующих хлопкоуборочных аппаратах движение к щёточным съёмникам передаётся от шестерни барабана Z_2 через пару шестерён Z_4 и Z_5 , (см. рис. 2), где приняты следующие значения: $Z_4 = 19$, $Z_5 = 39$. При этом шестерня Z_4 зацепляется с колесом Z_2 ($Z_2 = 88$), а Z_5 – с приводной шестернёй съёмника Z_6 ($Z_6 = 12$).

Из схемы (рис. 2) можно записать следующее выражение:

$$\frac{Z_2}{Z_4} \cdot \frac{Z_5}{Z_6} \cdot n_2 = n_c, \quad (5)$$

где n_c – число оборотов щёточного съёмника, об/мин, (требуемый диапазон: $1650 \leq n_c \leq 1800$ об/мин).

Подставляя в формулу значения Z_2 , Z_4 , Z_5 и Z_6 , выполним расчёты и определим число оборотов щёточного съёмника:

$$n_c = \frac{88 \cdot 39}{19 \cdot 12} \cdot 120 = 1806 > 1800 \text{ об/мин.}$$

Результаты расчета показывают, что при $Z_2 = 88$ число оборотов щёточного съёмника n_c выходит за пределы допустимого значения, что приводит к увеличению нагрузки на съёмники и повышенному энергопотреблению при их эксплуатации.

Из формулы (5) видно, что для уменьшения n_c , оставляя без изменения число оборотов барабана ($n_2 = 120$ об/мин), необходимо либо увеличить число зубьев шестерён Z_4 и Z_6 , либо уменьшить число зубьев шестерни Z_5 .

Поэтому, условно приняв число оборотов щёточного съёмника в рекомендуемых пределах, например, $n_c = 1700$ об/мин, а также оставив без изменений $Z_4=19$ и $Z_6=12$, определим значение Z_5 из формулы (5):

$$Z_5 = \frac{Z_4 \cdot Z_6}{Z_2} \cdot \frac{n_c}{n_2} = \frac{19 \cdot 12}{88} \cdot \frac{1700}{120} = 36.7 \approx 37.$$

Подставим найденное значение Z_5 в формулу (5) и пересчитаем фактическое значение n_c :

$$n_c = \frac{Z_2}{Z_4} \cdot \frac{Z_5}{Z_6} \cdot n_2 = \frac{88 \cdot 37}{19 \cdot 12} \cdot 120 \approx 1714 \text{ об/мин}$$

Полученное значение n_c находится в рекомендованном диапазоне 1650 ÷ 1800 об/мин.

Обсуждение и заключение. Обороты эллиптического барабана выбраны обоснованными фундаментальными исследованиями значения k_v для вертикально-шпиндельных хлопкоуборочных аппаратов, что позволило установить число зубьев шестерён привода этих барабанов, которые, в свою очередь, обеспечивают рациональные кинематические режимы нового аппарата с эллиптическими барабанами.

1. Число зубьев зубчатого колеса, приводящего в движение барабан, должно составлять $Z_2 = 88$ (в действующем аппарате – $Z_2 = 90$), а число зубьев шестерни редуктора – $Z_1 = 32$ (в действующем аппарате – $Z_1 = 30$).

2. Чтобы технологический процесс в зоне съема проходил без сбоев, число зубьев шестерни Z_5 в паре зубчатых колёс Z_4 и Z_5 должно быть $Z_5 = 37$ (в действующем аппарате – $Z_5 = 39$).

3. С учётом внесённых изменений в зубчатые приводы необходимо также разработать новую конструкцию верхней и нижней панелей аппарата.

Полученные данные рекомендуется использовать при проектировании хлопкоуборочного аппарата с высокоэффективными эллиптическими барабанами.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Rizaev A.A.* Research and creation of working bodies of the cotton picker with high efficiency. Т.: Fan. 2017, 142 p.
- [2] *Равутов Ш.Т.* Проблемы повышения эффективности вертикально-шпиндельного хлопкоуборочного аппарата. //Проблемы механики. Ташкент. 2017, № 3, стр. 45-52.
- [3] *Матчанов Р.Д.* Разработка хлопкоуборочной машины для селективного сбора хлопка. Т.ФАН. 2023, 192 с.
- [4] *Шполянский Д.М.* Научные основы повышения агротехнических показателей и универсализации хлопкоуборочных машин. Автореф. дисс. на соискание уч. степ. д.т.н. Москва. 1978. 57 с.
- [5] *Джаббар О.С.* Теория хлопкоуборочного аппарата. Ташкент: Фан, 1977, 121 с.
- [6] *Аугамбаев М.А., Айтпенов У.К.* Влияние диаметра шпиндельного барабана на засоренность хлопка-сырца // Механизация хлопководства. 1976, №1, стр. 6-7.
- [7] *Bahodirov G, Ravutov Sh, Abdulkarimov A, Toshmatov E.* Development of the methods of kinematic analysis of the elliptic drum of vertical-spindle cotton harvester // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021, Vol. 1030, No. 1, P. 012160.
- [8] *Ravutov, Sh T, Rizaev A A, Rajapbaev U A.* On the issue of increasing the efficiency of the spindles of a vertical-spindle cotton picker // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2022, Vol. 1112, No. 1, P. 012043.
- [9] *Равутов Ш.Т., Комилов Ш.Ж., Пирназаров Ш.Х.* Эллиптик шпинделли барабан асосида кичик габаритли вертикал шпинделли пахта териш аппаратини ишлаб чиқиш // “Инн. техника ва тех-яларнинг қишлоқ хўжалиги-озиқ-овқат тармоғидаги муаммо ва истикболлари” II-Халқаро илмий ва илмий техник анжумани илмий ишлар тўплами. Ташкент. 2022, 1-қисм, б. 171-175.
- [10] *Сабликов М.В.* Хлопкоуборочные машины. М.: “Агропромиздат”.1985, 152 с.
- [11] *Турапов А.Т., Равутов Ш.Т.* Пути повышения производительности и стабильности показателей вертикально-шпиндельных хлопкоуборочных машин // Материалы Междунар. Конф. «Современные материалы, техника и технологии в машиностроении». г. Андижан. 19-20 апреля 2012 г., с. 392-395.
- [12] *Равутов Ш.Т.* Обоснование основных параметров зоны съема хлопка со шпинделей хлопкоуборочного аппарата с эллиптическими барабанами. /Дисс.... на соискание уч. степ. к.т.н.. Ташкент. 1990. 123 с.
- [13] *Тургунов У.Т.* Разработка съемника хлопкоуборочной машины с повышенной эффективностью работы и пониженной трудоемкости регулировки. Дисс..... на соискание уч. степ. к.т.н. Янгиюль. 1994. 111 с.

Дата поступления
05.10.2025

Ravutov Sh.T. Kichik gabaritli elliptik barabanlar bilan jihozlangan paxta terish apparati tishli yuritmasi parametrlarini asoslash

Annotatsiya. Ushbu ish amaldagi vertikal shpindelli paxta terish apparatini kichik gabaritli 10 ta shpindelli elliptik baranalar bilan jihozlash orqali terim to'liqligini 90-92 % gacha oshiruvchi va texnik xizmat ko'rsatish sermehnatligini kamaytiruvchi yangi tipdagi paxta terish apparatining konstruktiv parametrlarini asoslash hamda apparat tishli yuritmasi g'ildiraklarining maqbul qiymatlarini aniqlashga bag'ishlangan. Bunda yangi apparat konstruktiv parametrlarini asoslash va yuritma tishli g'ildiraklari parametrlarini asoslash uchun bosh omil sifatida shpindelli barabanlar o'zish koeffitsienti qabul qilingan.

Kalit so'zlar: terim to'liqligi, o'zish koeffitsienti, shpindelli baraban, elliptik baraban, tishli g'ildirak, tishlar soni, ajratkich.

Ravutov Sh.T. Justification of the gear drive parameters of a cotton-harvesting unit equipped with compact elliptical drums

Abstract. The article presents the justification of the design parameters of the gear drive for a new-type cotton-picking unit, which increases cotton harvesting completeness to 90–92% and reduces maintenance labor intensity. This is achieved by equipping the existing vertical spindle cotton-picking unit with ten compact elliptical spindle drums. The primary factor used to justify the design parameters of the gear drive for the new unit is the advance coefficient of the spindle drums, $k = 1.28–1.51$.

Keywords: harvesting completeness, advance coefficient, spindle drum, elliptical drum, gear wheel, number of teeth, doffer.

УДК 631.358: 633.511

РАСЧЕТНЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА СЪЕМА ХЛОПКА СО ШПИНДЕЛЕЙ ХЛОПКОУБОРОЧНЫХ МАШИН

Норкузиев О.С.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: oqmirza@bk.ru

Аннотация. Статья посвящена исследованию расчетного анализа технологического процесса очистки поверхности шпинделя от хлопка щеточными планчатými съёмниками, максимально контактирующими с поверхностью рабочего органа в процессе работы хлопкоуборочной машины. На основе методов аналитической геометрии и кинематики сложного плоскопараллельного движения была решена обобщенная задача для определения объема обработки щеточными съёмниками намоток хлопка в зоне съема уборочного аппарата, которая позволила проанализировать траекторию движения щётки, контактирующей с намоткой хлопка в процессе съема. В среде программирования MathCAD построена математическая модель, описывающая закономерности абсолютной траектории съёмника кольцевой намотки хлопка с поверхности шпинделя и ее активной составляющей при заданных скоростных режимах работы хлопкоуборочной машины, а также щеток съёмника, выполняющих очистку поверхности шпинделя от хлопковых волокон.

Ключевые слова: хлопкоуборочный аппарат, рабочая камера, барабан, шпиндель, траектория, угловая скорость, объем обработки, щеточные съёмники.

Введение. В процессе машинного сбора на всех его этапах, а именно при съёме хлопка с кустов, шпинделей и транспортировании, хлопковое волокно не должно терять свои ценные текстильные качества при взаимодействии с рабочими органами уборочного аппарата. Как известно, эффективная работа хлопкоуборочной машины (ХУМ) напрямую зависит от параметров рабочих органов (барабан, шпиндель, съёмник, воздушно-транспортная камера и т.п.) и оптимального построения технологии работы уборочного аппарата. Шпиндель и съёмник являются основными рабочими органами хлопкоуборочной машины, которые, вращаясь, осуществляют наматывание и съём хлопка. В хлопкоуборочной машине скорость вращения и траектория движения шпинделей являются ключевыми факторами, влияющими на эффективность и качество сбора хлопка. При машинном сборе хлопок-сырец от начала контакта со шпинделями до попадания в бункер может терять свои качества в процессе захвата хлопка зубьями шпинделей, извлечения его из коробочки и наматывания на шпиндель, углубления щеток в процессе съема со шпинделей и транспортировки из приемной камеры в бункер хлопкоуборочной машины.

Расчётную оценку анализа технологического процесса очистки поверхности шпинделя от хлопка щеточными планчатými съёмниками в вертикально-шпиндельном хлопкоуборочном аппарате проведем с учетом результатов ранее проведенных исследований [1–4].

Методы исследования. Для выполнения расчетного исследования использован и проведен анализ технологических процессов в работе съёмника и шпинделей уборочного аппарата на основе аналитической механики и геометрии, теории механизмов и сельскохозяйственных (хлопкоуборочных) машин. Теоретические исследования проведены на основе классических методов моделирования закономерностей изменения исследуемых параметров с использованием среды программирования MathCAD.

Расчеты и обсуждение результатов. Для повышения эффективности работы хлопкоуборочной машины ВША существенное значение имеют технологические и технические

решения и анализ. В работе вертикально-шпиндельного хлопкоуборочного аппарата с гипоциклоидальным направлением вращения шпинделей хлопок (в раскрытой коробочке), попавший в промежутки между шпинделями и частями растений, и прижимаемый к шпинделям, будет перемещаться против направления движения машины (рис. 1) [4]. Вследствие этого есть вероятность увеличения сбора хлопка-сырца за счет того, что на шпиндели наматывается все большее количество непрерывно поступающего хлопка из раскрытых коробочек с тех частей растений, которые находились между шпинделями. Перемещение части растений при таком вращении шпинделей зависит от особенности связей между частями растений, то есть от формы, размеров и упругих свойств ветвей растений хлопчатника. Траектория обработки поверхности вращающегося шпинделя съемником вертикально-шпиндельного хлопкоуборочного аппарата (ВША) в зоне съема принимает геометрическую форму серпа (полумесяца). Чем дольше вращается шпиндель во время процесса съема хлопка, тем эффективней происходит съем хлопка с поверхности шпинделя съемником ВША.

Технология работы исследуемого эпи- и гипоциклического вертикально-шпиндельного хлопкоуборочного аппарата выполняется в следующем порядке (рис. 1).

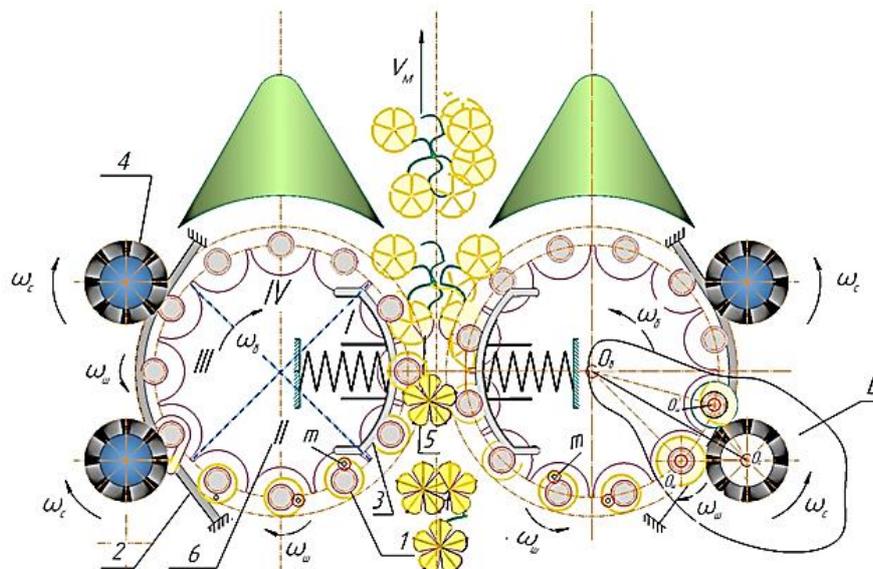


Рис.1. Технологическая схема работы эпи- и гипоциклического движения вертикально-шпиндельного хлопкоуборочного аппарата для анализа обработки поверхности шпинделя

При движении хлопкоуборочной машины кусты хлопчатника 5 попадают в рабочую камеру и сжимаются с двух сторон барабанами 6; вращающиеся шпиндели 1 посредством привода ремня 2 прямого вращения захватывают хлопок-сырец, извлекают его из коробочек 5 и наматывают на себя. При дальнейшем вращении шпиндельного барабана 6 хлопок-сырец совместно со шпинделями 1 переносится в зону съема 3, где направление их вращения меняется на противоположное; при этом хлопок-сырец частично снимается со шпинделя самосбросом под воздействием центробежных сил, и далее съемниками 4 подается в приемную камеру, откуда воздушным потоком через вентилятор попадает в бункер хлопкоуборочной машины.

На рис. 1 показаны графики кривых эпициклоидальной (рабочая зона I) и гипоциклоидальной (зона съема III) траекторий движения точек сателлита в рабочей зоне и в зоне съема хлопка-сырца уборочным аппаратом в зависимости от угла поворота водила, а также в переходных зонах (II) и (IV).

Перейдем к построению математической модели траектории движения верхних точек шпинделя и щеток съёмника хлопкоуборочного аппарата с эпициклическим направлением вращения шпинделей в зоне съёма. Как правило, методика исследований включает теоретические вопросы кинематики движения шпинделя и съёмника ВША как эпи- и гипоциклоидального планетарного механизма. Основными узлами вертикально-шпиндельных хлопкоуборочных машин являются уборочные аппараты, состоящие из вертикально расположенных барабанов с вертикально размещенными по периферии в специальных гнездах шпинделями, взаимодействующие с механизмами (ремень и колодка барабана) их прямого и обратного вращения.

Задачей кинематического исследования является определение траектории перемещения верхних точек планки съёмника в объемном пространстве намотки хлопка, как движущихся звеньев сателлита гибкого планетарного механизма.

Согласно кинематической схеме планетарного механизма (барабан, съёмник и шпиндель), шпиндель (сателлит) вертикально-шпиндельного хлопкоуборочного аппарата движется по выбранным координатным осям (рис. 1), где R_b – радиус барабана (водила), $r_{ш}$ – радиус шпинделя (сателлит), r_c – радиус съёмника, α_b – угол поворота барабана, где $\alpha_b = \omega_b \cdot \Delta t$, $\varepsilon_{ш}$ – угол поворота шпинделя по наружной части ременной передачи, где $\varepsilon_{ш} = \omega_{ш} \cdot \Delta t$, φ_c – угол поворота съёмника, где $\varphi_c = \omega_c \cdot \Delta t$, Δt – угол поворота шпинделя вокруг его оси за время перемещения шпинделя из начального положения в конечное, характеризующий интенсивность воздействия съёмника на хлопок, вращающийся вместе со шпинделем.

Пусть в начальный момент воздействия съёмника на хлопок планки съёмника касаются внешней окружности намотки хлопка на шпинделе в точке B , где O_3 и O_2 – центры съёмника и шпинделя соответственно (рис. 2).

Для упрощения принимаем диаметр намотки хлопка неизменным. Тогда конечное положение центра окружности при окончании процесса воздействия съёмника на хлопок будет в точке C . Таким образом, B и C являются точками касания окружности съёмника с внешней окружностью намотки хлопка в начальный и конечный моменты процесса воздействия соответственно.

На рис. 2 представлена зона взаимного контакта поверхности шпинделя, где α – угол между первым и вторым контактными съёмниками, β – угол контакта первого съёмника, γ – угол обработки двумя планками щеточного съёмника, δ – угол обработки объема намоток хлопка щеточными съёмниками.

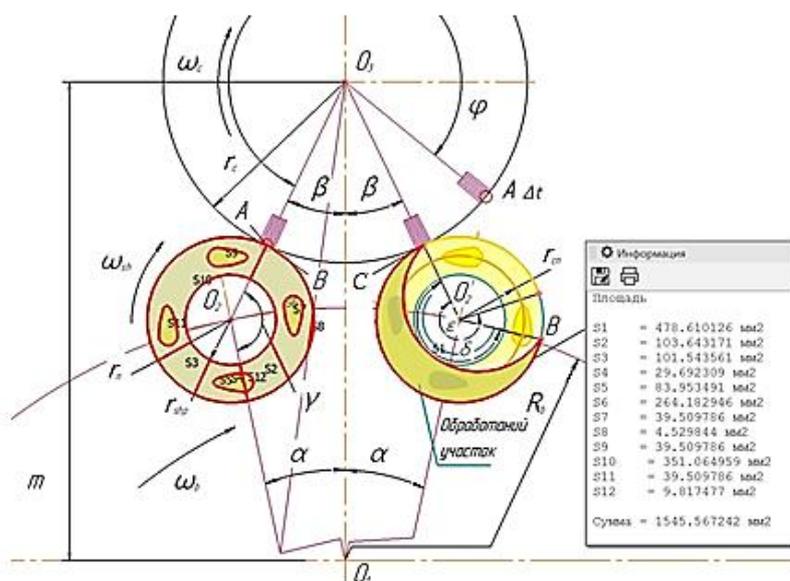


Рис. 2. Расчетная площадь обработки планками съёмника мотка хлопка в зоне съёма

Так как намотка хлопка вращается вместе со шпинделем, то, используя технологические схемы работы вертикально-шпиндельного аппарата (рис. 1), проведем анализ траектории движения верхней точки зуба шпинделя в следующем порядке. По вышеприведенным данным определяем расстояние m между осью барабана O_1 и осью O_3 вала съёмника:

$$m = r_6 + r_c - (r + \Delta), \quad (1)$$

где Δ – толщина намотки, r_6 – радиус барабана, r_c – радиус съёмника, r – радиус намотки хлопка со шпинделя.

Угол поворота барабана $\cos\alpha$ определяется из треугольника $O_1 O_2 O_3$:

$$\cos\alpha = \frac{m^2 + r_6^2 - (r + r_c)^2}{2 \cdot m \cdot r_6}. \quad (2)$$

Угол поворота съёмника β можно определить в зависимости его от угла α , равного половине угла поворота шпиндельного барабана за время рассматриваемого процесса:

$$\cos\beta = \frac{m^2 + (r + r_c)^2 - r_6^2}{2 \cdot m \cdot (r + r_c)}. \quad (3)$$

Угол поворота съёмника γ можно определить из угла поворота шпиндельного барабана за время рассматриваемого процесса:

$$\cos\gamma = \frac{r_6^2 + (r + r_c)^2 - m^2}{2 \cdot r_6 \cdot (r + r_c)}. \quad (4)$$

Соотношение угловых скоростей барабана и шпинделей в зависимости от направления вращения угла δ_3 при эпициклоидальном вращении равно:

$$\delta_3 = \frac{\omega_u}{\omega_6} \cdot 2a \cos\alpha. \quad (5)$$

Когда шпиндель вращается гипоциклоидально, то расчеты угла δ_7 проводим по методу известного математика Насир ад-Динам ат-Туси [5]:

$$\delta_7 = \frac{\omega_u}{\omega_6} \cdot 2a \cos\alpha - 2\alpha. \quad (6)$$

где ω_u и ω_6 – угловые скорости шпинделя и шпиндельного барабана соответственно.

Для определения угла γ используем формулу (4), характеризующую точки пересечения границ зоны непосредственного воздействия щеток на намотку хлопка. При этом надо предварительно найти углы α и β , используя формулы (2) – (3). При различных значениях радиуса намотки хлопка r , значениях угла δ , определяемых формулами (5) – (6), можно по найденным точкам построить границы непосредственного воздействия съёмника на хлопок, вращающийся со шпинделем.

Действительно, центральный угол воздействия съёмника на хлопок меньше угла, найденного по формулам (2) – (3), так как диаметр намотки хлопка по мере воздействия на него щеток съёмника уменьшается. Возможно, что весь хлопок снимается со шпинделя, когда шпиндель приходит в среднее положение при повороте на угол α от начального положения (рис. 2). При повороте на угол 2α значение угла $\varepsilon = \delta + 2\alpha$ (рис. 2) будет больше на 2α по сравнению со значением δ_7 , найденным по формуле (6). Спроектировав соответствующие координатные оси барабана, шпинделя и съёмника по кинематике вертикально-шпиндельного аппарата, представим расчетную схему гипоциклоидального движения для определения площади луночки Альхазена (рис. 3).

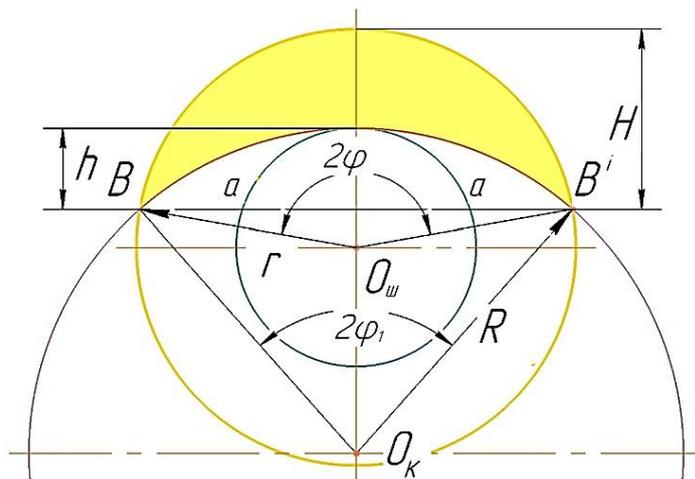


Рис. 3. Расчетная схема для определения площади луночки Альхазена

На основании расчетной схемы (рис. 3) выведем первый вариант формулы из расчета площади обработки мотка хлопка с использованием методики луночки Альхазена [5] в следующем порядке:

$$C = 2r \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right), \quad (7)$$

$$H = r \left(1 - \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right), \quad (8)$$

$$h = H - \delta, \quad (9)$$

$$R = \frac{h}{2} + \frac{C^2}{8h}, \quad (10)$$

$$\varphi_1 = 2 - 2a \sin\left(\frac{C}{2R}\right), \quad (11)$$

$$S_1 = \frac{r^2(\varphi_1 - \sin(\varphi))}{2}, \quad (12)$$

$$S_2 = \frac{R^2(\varphi_1 - \sin(\varphi))}{2}, \quad (13)$$

$$S = S_2 - S_1. \quad (14)$$

Второй вариант:

$$SRceg = \left[r^2 \cdot \left[\frac{\varphi}{2} - \left(\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right) \right] \right], \quad (15)$$

$$Srceg = \left[R^2 \cdot \left[\frac{\varphi_1}{2} - \left(\sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) \right) \right] \right], \quad (16)$$

$$Scer = (SRceg - Srceg), \quad (17)$$

$$r_k = r - \delta, \quad (18)$$

$$S_y = (\pi \cdot r^2) - (\pi \cdot r_k^2), \quad (19)$$

$$P = \left(\frac{Scer}{S_y} \right) \cdot 100\%. \quad (20)$$

Используя выведенные формулы (10) – (20) при различных угловых скоростях шпинделя, определяем площадь шпинделя с намоткой хлопка и очищенную планками съёмника поверхность шпинделя, используя прикладные пакеты программы *AutoCAD* и расчетные значения: радиус ролика шпинделя $r_k = 12.5$ мм, радиус шпиндельного барабана $R_b = 146$ мм, угловая частота вращения барабана $\omega_b = 5 - 12$ рад/с, частота вращения шпинделя в зоне съема (гипоциклическое вращение) $\omega_{ш} = 100 - 150$ рад/с, частота вращения шпинделя в рабочей камере (эпициклическое вращение) $\omega_c = 183.2$ рад/с. Зная частоту вращения вала съёмника, можно получить графики кривых эпи- и гипоциклоидальных траекторий движения точек сателлита. Результаты расчетов представлены в виде графиков (рис. 4).



Рис. 4. График процентного объема $P(\omega_{ш})$ хлопка, снимаемого одним съёмником с поверхности нарезного шпинделя вертикально-шпиндельного хлопкоуборочного аппарата

Для сравнительного анализа приведем данные процентного объема снимаемого хлопка двумя съёмниками, полученные в результате экспериментальных исследований, проведенных Б.М. Колтуновым [4], см. табл. 1.

Таблица 1

Результаты экспериментальных исследований эффективности съема в зависимости от количества намоток хлопка, состоящих из нескольких долек, на шпинделях

Количество долек в намотке на шпинделе	Количество хлопка, %			
	Снято самосбросом до съёмника и самим съёмником	Снято самосбросом после съёмника	Оставлено на шпинделе (пронос)	Сброшено на шпиндельный барабан
I	II	III	IV	V
1	87.00	7.4	4.8	0.8
2	89.2	5.9	4.6	0.3
3	90.7	4.8	4.1	0.4
4	91.4	4.3	3.8	0.5
5	93.4	3.8	2.7	0.4

По данным экспериментальных исследований видно, что эффективность съема с увеличением количества долек в намотке хлопка на шпинделе возрастает, а самосброс после съёмника и проносы хлопка резко сокращаются. С увеличением массы мотка хлопка на шпинделе разматывание долек, как правило, ухудшается, но в то же время компенсируется съёмником, щетки которого, встречаясь с большим количеством хлопка и достаточно эффективно воздействуя на него, снимают хлопок с поверхности шпинделя. Сравнительный анализ результатов проведенных расчетов (рис. 4) и экспериментов (табл. 1) подтверждает,

что для полного съема хлопка с поверхности шпинделя необходимо увеличить угловую скорость вращения шпинделя.

Закключение.

1. Составлена математическая модель кинематики взаимного движения намотки хлопка, шпиндельного планетарного механизма и гибкого планчатого съёмника уборочного аппарата в зоне съема при сборе хлопка-сырца хлопкоуборочной машиной.

2. При кинематическом исследовании получены аналитические выражения в размерных и безразмерных величинах, а также представлен характер движения траектории точки сателлита планетарного механизма в зоне съема в графическом виде.

3. Предложена методика оценки очистки хлопка со шпинделя съёмником шпиндельного барабана, учитывающая переменность частоты вращения шпинделя в зоне съёма. Определены значения коэффициента обработки съёмником поверхности шпинделя по мере увеличения вращения шпинделя во время контакта щеточных элементов в мотке с учётом их длины и взаимного расположения планок съёмника относительно шпинделя.

4. Результаты расчетов показали, что для эффективного съема намоток хлопка необходимо увеличить угловую скорость вращения шпинделя $\omega_{ш} \geq 120$ рад/с.

Статья выполнена за счет бюджетного финансирования Института механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Сабликов М.В. Хлопкоуборочные машины. Москва. Агропромиздат, 1985, 151с.
- [2] Ковган А.П. Исследование и технологические основы расчета хлопкоуборочных машин. Москва. Машгиз, 1953, 165 с.
- [3] Отчет о НИР на тему: Разработка модели взаимодействия хлопчатника со шпинделями, совершающими эпциклические движения в рабочей камере вертикально-шпиндельного аппарата. Ташкент, 2023, 87 с.
- [4] Колтунов Б.М. Исследование технологического процесса работы вертикально-шпиндельных хлопкоуборочных машин в зоне съема хлопка-сырца со шпинделей: Дисс. на соискание уч. степ. к.т.н. Ташкент. 1966. 238 с.
- [5] Насир ад-Дин Туси // Википедия: свобод. энцикл. 2025, URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Насир_ад-Дин_Туси (дата обращения: 09.12.2025).

Дата поступления
04.07.2025

Norqo'ziyev O.S. Paxta terim mashinalarining shpindel yuzasidagi paxta o'ramidan tozalash jarayonining hisobiy tahlili

Annotatsiya. Maqola paxta terish mashinalari ishlash jarayonida ishchi shpindel yuzasiga o'ralgan paxtani cho'tkali tozalashning texnologik jarayonini hisobiy tahlil qilishga bag'ishlangan. Analitik geometriya va murakkab tekis-parallel harakat kinematikasi usullariga asoslanib, yig'im-terim apparatining yechish zonasida cho'tkali yechgichlarning hajmi ishlashini aniqlash uchun umumlashtirilgan masala yechildi. Bu esa shpindelga o'ralgan paxta bilan yechgichlarning o'zaro aloqa qilish trayektoriyalarini aniqlash va tahlil qilish imkonini berdi. Mathcad dasturlash muhitida shpindel yuzasidagi halqali o'ralgan paxta va uning faol komponenti – yechgichning ma'lum belgilangan tezliklarda ishlash rejimlari uchun, shuningdek, shpindel sirtini paxta tolalaridan tozalovchi yechgich cho'tkalarining harakat trayektoriyasini tavsiflovchi matematik model tuzilgan.

Kalit so'zlar: paxta terish mashinasi, ish kamerasi, baraban, shpindel, trayektoriya, burchak tezligi, hajmli ishlov berish, yechgich cho'tkalari.

Norkoziev O.S. Computational analysis of the process of removing cotton from the spindles of cotton-picking machines.

Abstract. This article focuses on calculating the process of cleaning the surface of a spindle with a brush slat doffer from cotton, which makes maximum contact with the surface of the working element during cotton picking machine operation. Using methods of analytical geometry and kinematics of complex plane-parallel motion, a generalized problem was solved to determine the volumetric processing of a cotton wound by the brush doffer in the removal zone of a harvesting machine. This enabled analysis of the brush's trajectories as it contacts the cotton winding during removal. In the MathCAD programming environment, a mathematical model was developed to describe the patterns of the doffer's absolute trajectory on the ring-wound cotton of the spindle surface and its active component at different speed modes of the cotton picker, along with the brushes on the doffer that clean the spindle surface from cotton fibers.

Keywords: cotton picker, working chamber, drum, spindle, trajectory, angular velocity, volumetric processing, brush doffer.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ РЕАКЦИИ ОПОР ПРИЖИМНОГО УСТРОЙСТВА ШЛИФОВАЛЬНОЙ МАШИНЫ

Турсунбоев Л.Э.

*Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташке Узбекистан
E-mail: tursunboeyvlochinbek027@gmail.com*

Аннотация. В работе предлагается конструкция прижимного устройства с использованием рычажной системы со спрямляющимися рычагами для шлифовальной машины кож. Приведен принцип работы прижимного устройства шлифовальной машины. Устройство для подачи и прижатия кожи перемещается по направляющим и установлено на качающейся раме, подвешенной на качающихся рычагах. Определены конструктивные и геометрические параметры рычажной системы прижимного устройства шлифовальной машины. При применении рычажного прижимного устройства обеспечивается равномерное усилие прижима обрабатываемой кожи по длине шлифовального барабана.

Ключевые слова: шлифовальная машина, рабочий барабан, подающее устройство, абразив, кожа, сила прижима, силы реакции опор.

Введение. При производстве продукции легкой промышленности (одежды, обуви, кожгалантерейных и других изделий) используются не только текстильные материалы, но и кожа, искусственная кожа, мех. Изделия из этих материалов стали незаменимыми, а с развитием технологий способы их производства стали разнообразными. Благодаря новейшим технологиям, кожевенное производство стало одной из перспективных отраслей легкой промышленности, предполагающей механическую и физико-химическую обработку шкур животных, в первую очередь, крупного и мелкого рогатого скота [1].

Материалы и методы. При проектировании технологических машин различного назначения большое значение имеет задача определения характеристик исполнительных механизмов, входящих в состав конструкции машины. В качестве исполнительных механизмов часто применяются различные рычажные механизмы, вычисления которых основаны на геометрических построениях, связанных с использованием аналитических соотношений. Шлифовальная машина применяется для шлифования лицевой и бахтармянной сторон всех видов кож для верха обуви, одежды и галантерейных изделий [2]. Машину проходного действия с бесконечной шлифовальной лентой можно использовать в поточных линиях с последующей обработкой кож на обеспыливающей машине или с возвратом их к месту подачи. Кожу в расправленном виде размещают на столе обрабатываемой стороной вверх и заправляют ее в зазор между опорным (подающим) и прижимным валами [3].

Подающие механизмы служат для перемещения кожи с прижимным устройством к рабочему валу и обратно. Прижимной вал или иное устройство для прижатия кожи может перемещаться по направляющим, быть установленным на качающейся раме, подвешенным на качающихся рычагах. Применение этих механизмов оправдано только для машин с небольшим ходом прижимного вала, работающих в отделочных цехах. Механизмы с вращающимися парами дешевле, чем механизмы с направляющими, более точны и лучше защищены от коррозионно-активной среды [4].

По типу привода различают механизмы с приводом: ножным, электромеханическим (обычно через фрикционную муфту с упругим сжимом), гидроприводом и пневмоприводом [5]. Первый тип привода применяют в машинах с шириной прохода до 700 мм, а электромеханический и гидропривод – при ширине прохода до 3200 мм. Гидропривод позволил создавать машины с более простой кинематической схемой, повысить быстродействие, надежность, степень стандартизации конструкций, оснастить их надежными устройствами безопасности (предохранительными планками). Пневмопривод дешевле гидропривода и подходит для малых и средних машин, позволяет применять простые диафрагменные прижимные механизмы, особенно при наличии на предприятии централизованного снабжения сжатым воздухом. Независимо от типа привода каждый подающий механизм может быть простым рычажным или со спрямляющимися рычагами. В машинах с простыми рычагами и ножным приводом (рис. 1, а) объединены функции подающего и прижимного механизмов:

при нажатии на педаль прижимной вал сначала подводится к ножевому, а затем прижимается к нему с силой N , пропорциональной силе нажатия на педаль G . Работа таких простейших механизмов ограничена допустимой силой G и ходом педали, реально можно получить силу прижатия $N < 2$ кН [6].

Недостатки такой схемы – большие габариты и мощность гидроцилиндра, служащего не только для перемещения вала, но и для его прижатия. Соответственно требуется насос со значительной подачей, чтобы обеспечить приемлемое время срабатывания механизма. Необходимо также гидравлическое демпфирование гидроцилиндра в крайних положениях его поршня, чтобы избежать резких ударов при подводе и отводе вала. Однако недостатки окупаются простотой и жесткостью механизма.

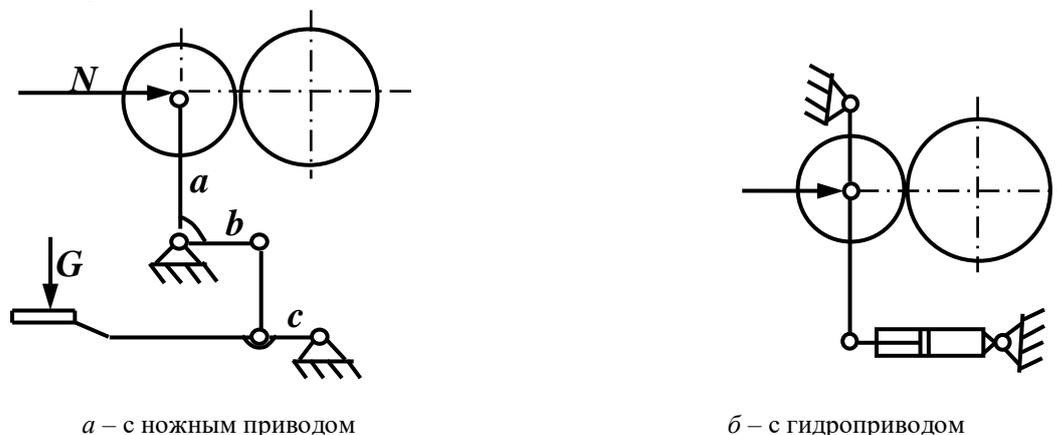


Рис. 1. Схема прижимных механизмов с простыми рычагами

В большинстве современных машин в качестве подающего механизма используют шарнирные механизмы со спрямляющимися рычагами (рис. 2) [5]. Главной особенностью этих механизмов является то, что в рабочем положении механизм находится в «мертвом» или близком к нему положении.

В механизме с ножным приводом (рис. 2, а) при нажатии на педаль спрямляются звенья 2 и 3 механизма, качающаяся рама 1 с прижимным валом перемещается к ножевому валу. В рабочем положении сила на педали минимальна, при выпрямленных в одну линию звеньях 2 и 3 она равна нулю, а реакция со стороны ножевого вала передается через спрямленные звенья на станину машины.

В механизме мездрильной машины с пневмоприводом (рис. 2, б) в рабочем положении спрямляются звенья 2 и 5, передающие реакцию полуфабриката на пневмодиафрагмы 5. Этим достигается, во-первых, плавный безударный подвод качающейся рамы 1 с прижимным валом к ножевому, во-вторых, разгрузка привода механизма – пневмоцилиндра 4 от сил, передаваемых на полуфабрикат. В результате привод рассчитывают только на преодоление сравнительно небольших нагрузок, возникающих при перемещении механизма. Привод имеет небольшую мощность, а давление на полуфабрикат регулируется независимо диафрагмой 5.

Все подающие механизмы имеют регулировку крайних положений прижимного вала и его параллельности ножевому валу: ограничительными упорами; смещением подшипников прижимного вала относительно качающейся рамы; изменением длин звеньев механизма. Имеются специальные технологические регулировки в зависимости от вида сырья и параметров обработки.

На схеме рис. 2, б в подающем и прижимном механизме со спрямляющимися рычагами использован пневмопривод [4]. В таких механизмах в рабочем положении (когда обрабатывается зажатая между рабочим и прижимным валиками кожа) реакция со стороны рабочего вала передается через спрямленные звенья на станину машины, разгружая пневмоцилиндр и обеспечивая плавный безударный подвод прижимного вала.

Однако, в данной конструкции используется большое количество звеньев из-за наличия качающего звена [6]. Кроме того, фиксированное положение пневмоцилиндра на станине приводит к потере мощности пневмоцилиндра на реакцию опор.

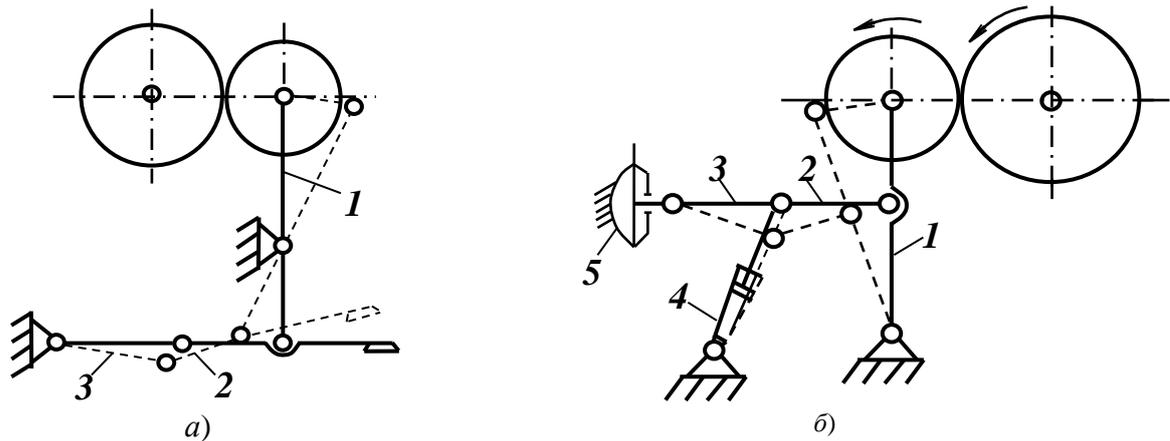


Рис. 2. Схема прижимных механизмов со спрямляющимися рычагами

Для совершенствования конструкции шлифовальной машины, а именно конструкции механизма давления на основе изученных существующих конструкций прижимных механизмов автором разработана усовершенствованная конструкция прижимного механизма.

Основная часть. С учетом особенностей шлифовальной машины разработан и предлагается пневмоприводной прижимной механизм со спрямляющимися рычагами (рис. 3). Разработана новая схема прижимного механизма для обработки кожи на шлифовальной машине [7]. На рис. 3 показана схема прижимного механизма для обработки кожи на шлифовальной машине. Разработанный прижимной рычажный механизм можно рассматривать как последовательное соединение простейших (базовых) механизмов. Прижимной механизм для механической обработки кожи, состоит из рабочего органа 1, установленного на станине 2 и прижимного валика 3, установленного на качающихся рычагах 4, 5, 6 и 7 с возможностью перемещения в горизонтальной плоскости посредством пневмоцилиндра 8. Причем рычаги 4, 5, 6 и 7 в крайнем собранном положении пневмоцилиндра 8 образуют прямую линию (спрямляющиеся рычаги), обеспечивающую реакцию от рабочего органа 1 к станине 2. Крайнее положение прижимного валика 3 регулируется упором 9. Регулировкой упора 9 обеспечивается необходимый гарантированный зазор между рабочим органом 1 и прижимным валиком 3, не препятствуя при этом зажиму кожи 16.

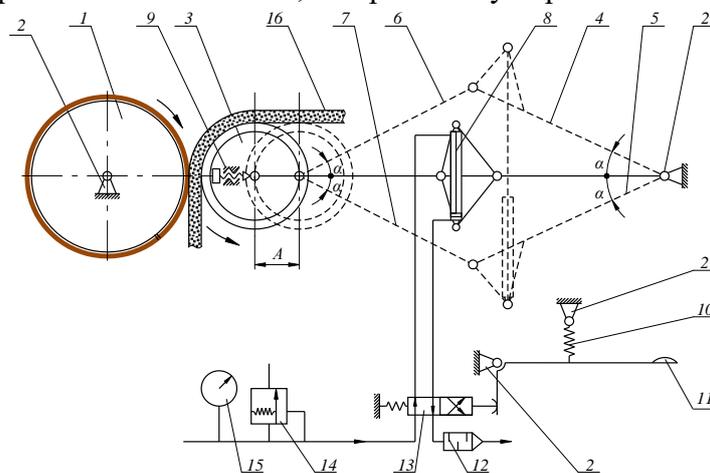


Рис. 3. Схема прижимного механизма со спрямляющимися рычагами и пневмоприводом шлифовальной машины:
 1 – рабочий орган (шлифовальный); 2 – станина; 3 – прижимной валик; 4, 5, 6, 7 – спрямляющиеся звенья,
 8 – пневмоцилиндр зажима; 9 – упор; 10 – пружина возврата; 11 – педаль управления; 12 – глушитель;
 13 – распределитель; 14 – клапан предохранительный; 15 – манометр; 16 – кожа

Усилие прижатия прижимного вала 3 к рабочему органу 1 регулируется по показаниям манометра 15, предохранительным клапаном 14. Технологический процесс обработки кожи 16 управляется распределителем 13 при помощи педали 11. Возврат в исходное положение механизма прижима обеспечивается возвратной пружиной 10 при отпуске педали 11. Снижение шума от сжатого воздуха до установленных санитарных норм обеспечивается глушителем 12. Так как при работе на шлифовальной машине основное время - это время обработки кожи, за исходное положение взято рабочее положение валков. Педаль 11 используется кратковременным нажатием для загрузки или снятия кожи 16, обеспечивая при этом оператору свободу рук и ног.

Предлагаемый прижимной механизм для обработки кожи работает следующим образом [8].

После включения машины рабочий орган 1 и прижимной валик 3 начинают вращаться вхолостую согласно кинематической схеме на рис. 3. Так как между рабочим органом 1 и прижимным валиком 3 имеется гарантированный зазор, то они друг друга не касаются. Для загрузки кожи 16 оператор нажимает на педаль 11, при этом сжатый воздух, поступая в бесштоковую полость пневмоцилиндра 8 посредством рычагов 4, 5, 6, 8 перемещает прижимной валик 3 вправо на расстояние (A) увеличив зазор между валками. Кожа 16 укладывается оператором на прижимной валик 3 и затем педаль 11 отпускается. Под действием возвратной пружины 10, педаль 11 и распределитель 13 занимают исходное положение и сжатый воздух начинает поступать в штоковую полость пневмоцилиндра 8. По мере поступления сжатого воздуха в штоковую полость пневмоцилиндра 8, качающиеся рычаги 4, 6 и 5, 7, выпрямляясь, приближаются к горизонтальной линии, уменьшая углы α до нуля, а прижимной валик 3 с кожаным сырьем 16 перемещается влево и прижимается к рабочему органу 1 и начинается обработка (в данном случае шлифование) кожи 16.

Шлифовальная машина состоит из натяжного барабана, шлифовальной ленты, прижимного вала, рабочего стола, подающего вала, плоской волосяной щетки, нижнего вала с барабаном, цилиндрической волосяной щетки и конвейерной ленты. Подающий вал вращается в подшипниках качения. Скорость подачи плавно регулируется.

Шлифовальная машина работает следующим образом. Кожа шлифуется шлифовальной лентой, опоясывающей нижний и верхний натяжные валы. Для возвращения или выравнивания положения кожи машина снабжена педалью, при нажатии на которую подающий вал отходит от прижимного вала и шлифовальной ленты и освобождает кожу; отпустив педаль, продолжают шлифование [9]. Обработанная кожа отделяется от отсасывающего устройства щеточным валом и постепенно опускается на ленту конвейера, который перемещает ее к заднему концу машины или в сторону подачи (к рабочему). Если при шлифовании кожи необходимо остановить машину, следует до отказа отжать педаль; при этом выключается главный электродвигатель и приводится в действие ленточный тормоз.

Основные требования техники безопасности. Все приводные механизмы машины во время ее работы должны быть закрыты кожухами. Для немедленной остановки машины имеется рейка безопасности, перекрывающая всю ширину проходного пространства в машину и педаль. Машина останавливается при отклонении рейки безопасности или отжатием педали до отказа [10-11].

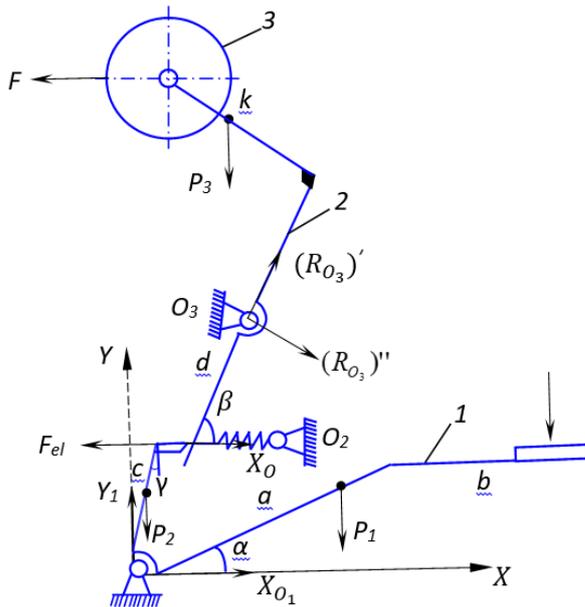


Рис. 4. Рабочее положение рычажного контура передаточного механизма

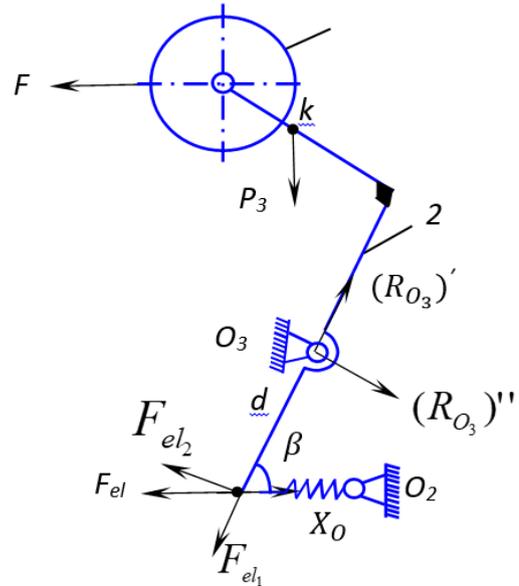


Рис. 5. Участок контура рычага выше точки O2

Результаты и обсуждения. Рассмотрим задачу определения реактивных сил в опорах при установлении равновесия после воздействия силы на рычажный контур механизма прижима машины. Для этого мы рассмотрим статический анализ сил, образующихся в машине. Рассмотрим задачу определения сил реакции F_A , возникающих на опорах O_1 , O_2 и O_3 при воздействии силы на передаточный рычаг барабанной машины для шлифования кожи. В общем случае (рис. 4) для определения сил напряжения (опорной реакции), возникающих в опорах приведенной схемы, выделим отдельно верхнюю часть схемы от точки O_2 и нижнюю часть от точки O_2 и найдем ее, используя уравнение равновесия статики.

Уравнение равновесия статики для части данной схемы выше точки O_2 (рис. 5) запишем следующим образом:

$$\sum F_{kx} = -F_{el_1} \cdot \cos \beta - F_{el_2} \cdot \sin \beta + X_O + (R_{O_3})'' \cdot \sin \beta + (R_{O_3})' \cdot \cos \beta - F = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = F_{el_1} \cdot \sin \beta - F_{el_2} \cdot \cos \beta - (R_{O_3})'' \cdot \cos \beta + (R_{O_3})' \cdot \sin \beta - P_3 = 0, \quad (2)$$

$$\sum M_{O_3} = X_O \cdot d \sin \beta - F_{el_2} \cdot d + P_3 \cdot (O_3 k)_x = 0. \quad (3)$$

Здесь $(R_{O_3})''$ – составляющая силы реакции в точке O_3 на оси OX , $(R_{O_3})'$ – составляющая силы реакции в точке O_3 на оси OY , F_{el_1} и F_{el_2} – составляющие силы упругости F_{el} пружины, закрепленной в точке O_2 , P_3 – сила тяжести всех деталей выше точки O_2 , β – угол между пружиной, закрепленной в точке O_2 , и рычагом длиной d .

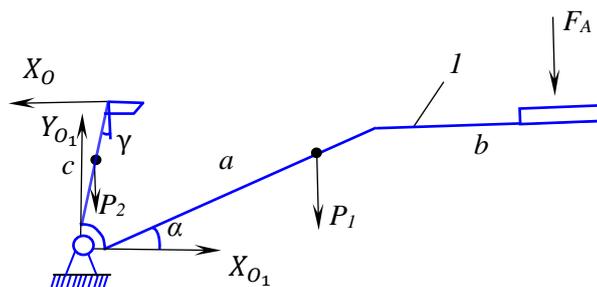


Рис. 6. Часть рычажного контура ниже точки O2

Для части рычажного контура ниже точки O_2 (рис. 6) составляем уравнение равновесия статики следующим образом:

$$\sum F_{kx} = X_{O_1} + X_O = 0, \quad (4)$$

$$\sum F_{ky} = -F_A - P_1 - P_2 + Y_{O_1} = 0, \quad (5)$$

$$\sum M_{O_1} = -F_A \cdot (b + a \cos \alpha) - P_1 \cdot \left(\frac{a \cos \alpha + b}{2}\right) - P_2 \cdot \frac{c}{2} \sin \gamma - X_O \cdot c \cdot \cos \gamma = 0. \quad (6)$$

Здесь F_A – сила, приложенная оператором к давящему рычагу (педали), P_1 – сила тяжести рычага (1), P_2 – сила тяжести рычага длиной c , α – угол между давящим рычагом и осью OX , a , b – длина давящего рычага (1).

Согласно приведенным уравнениям равновесия, мы выполняем математические операции с неизвестными.

$$X_O \cdot d \sin \beta - F_{el_2} \cdot d + P_3 \cdot (O_3k)_x - F_A \cdot (b + a \cos \alpha) - P_1 \cdot \left(\frac{a \cos \alpha + b}{2}\right) - \quad (7)$$

$$- P_2 \cdot \frac{c}{2} \sin \gamma - X_O \cdot c \cdot \cos \gamma = 0$$

$$X_O = \frac{F_{el_2} \cdot d - P_3 \cdot (O_3k)_x + F_A \cdot (b + a \cos \alpha) + P_1 \cdot \left(\frac{a \cos \alpha + b}{2}\right) + P_2 \cdot \frac{c}{2} \sin \gamma}{d \sin \beta - c \cdot \cos \gamma} \quad (8)$$

X_O в уравнении (8) также представляет X_{O_1} согласно уравнению (5).

$$X_{O_1} = -X_O$$

$$Y_{O_1} = F_A + P_1 + P_2$$

Умножим уравнение (1) на $\cos \beta$, а уравнение (2) на $\sin \beta$ и сложим их между собой.

$$\begin{aligned} & -F_{el_1} \cdot \cos^2 \beta - F_{el_2} \cdot \sin \beta \cos \beta + X_O \cdot \cos \beta + (R_{O_3})' \cdot \cos^2 \beta + F_{el_1} \cdot \sin^2 \beta \\ & - F_{el_2} \cdot \sin \beta \cos \beta + (R_{O_3})' \cdot \sin^2 \beta - P_3 \cdot \sin \beta = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Подставив уравнение (9) в уравнение (10), определим $(R_{O_3})'$.

$$\begin{aligned} (R_{O_3})' = & -F_{el_1} \cdot \cos 2\beta - F_{el_2} \cdot \sin 2\beta - P_3 \cdot \sin \beta - \\ & - \left[\frac{F_{el_2} \cdot d - P_3 \cdot (O_3k)_x + F_A \cdot (b + a \cos \alpha) + P_1 \cdot \left(\frac{a \cos \alpha + b}{2}\right) + P_2 \cdot \frac{c}{2} \sin \gamma}{d \sin \beta - c \cos \gamma} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

Согласно уравнению (2)

$$\begin{aligned} (R_{O_3})'' = & F_{el_1} \cdot \operatorname{tg} \beta - F_{el_2} - P_3 + -F_{el_1} \cdot \frac{\cos 2\beta}{\cos \beta} - F_{el_2} \cdot \frac{\sin 2\beta}{\cos \beta} - P_3 \cdot \operatorname{tg} \beta - \\ & - \left[\frac{F_{el_2} \cdot d - P_3 \cdot (O_3k)_x + F_A \cdot (b + a \cos \alpha) + P_1 \cdot \left(\frac{a \cos \alpha + b}{2}\right) + P_2 \cdot \frac{c}{2} \sin \gamma}{(d \sin \beta - c \cos \gamma) \cos \beta} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнения (8), (10) и (11) позволяют рассчитать усилия, возникающие в опорах, установленных в нашем механизме.

Заключение. Определенная выше зависимость горизонтальных сил реакции $(R_{O_3})'$, $(R_{O_3})''$ от угла α между рычагом давления и полом выражена графически. Учитывая эту зависимость, можно определить оптимальные углы работы механизма и обеспечить его наиболее безопасную и эффективную конструктивную работу.

Таким образом, на шлифовальной машине для повышения качества обработки и повышения выхода по площади кожи и кожаной ткани меховых шкур рекомендуется соединить двигатель с устройством для обеспечения автоматического регулирования скорости шлифования кож в зависимости от изменения их поступающей толщины.

Финансовая поддержка. Работа выполнена при поддержке и за счет бюджетных средств Академии наук Республики Узбекистан и Института механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан (за 2025 год).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бурмистров А.Г. Машины и аппараты производства кожи и меха: учеб. пособие для студентов вузов/ Москва: КолосС, 2006. стр. 102-108.
- [2] Bahadirov G.A., Tsoy G.N., Nabiev A.M. Equipment and technology for processing leather raw materials. Novosibirsk, 2023, 214 p.
- [3] Дарда И.В. Разработка теоретических основ совершенствования технологического оборудования кожевенного и мехового производств: Монография. Ростов на Дону: Ред. ж. "Изв вузов. Сев-Кавк. Регион", 2004, 128 с.
- [4] Афанасьев В.В., Иванов В.А., Игумнов В.И., Волков А.Н. Контроль качества строгания кож на широкопроходных машинах // Инновационные процессы в регионах России : материалы Всерос. науч.-практ. конф. (Волгоград, 2003). Волгоград, 2003, стр. 127–131.
- [5] Тимофеев Г.А. Теория механизмов и машин : учебник и практикум для вузов / 4-е изд., перераб. и доп. Москва : Издательство Юрайт, 2025, 432 с
- [6] Чурсин В.И., Хаустов В.Д. Современное технологическое оборудование кожевенного производства: учебное пособие / Москва: ИНФРА-М, 2023, 185 с.
- [7] Баранов В.А. Технология переработки кожевенного, овчинно-шубного и пушно-мехового сырья. Учебное пособие Казань: ФГБОУ ВО КГАВМ имени Н.Э.Баумана, 2018, 56 с.
- [8] Бахадиров Г.А., Цой Г.Н., Набиев А.М. Техника и технология для обработки кожсырья / Новосибирск : Общество с ограниченной ответственностью "Сибирская академическая книга", 2023, 214 с.
- [9] Бахадиров Г.А. Механика отжимной валковой пары. Ташкент: Фан, 2010, 156 с.
- [10] Болотин С. В., Карапетян А. В., Кугушев Е. И., Трещев Д. В. Теоретическая механика: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования. М.: Академия, 2010, 592 с.
- [11] Яковлев Д. Р., Пини Б. Е. О взаимодействии волокна абразивно-полимерных щёток с обрабатываемой поверхностью // Известия МГТУ «МАМИ». 2009, № 2 (8), стр. 172–176.

Дата поступления
12.07.2025

Tursunboyev L.E. Jilvirlash mashinasi uzatuvchi qurilmasining tayanchlaridagi reaksiya kuchlarini tadqiq qilish

Annotatsiya. Ushbu ishda charmni jilvirlash mashinasi uchun uzatuvchi qurilma konstruksiyasi takomillashtirildi. Jilvirlash mashinasining uzatuvchi qurilmasining ishlash prinsipi keltirilgan. Charmni uzatish va bosish qurilmasi yo'naltiruvchilar bo'ylab harakatlanadi va tebranuvchi richaglariga osilgan tebranuvchi ramaga o'rnatilgan. Jilvirlash mashinasi uzatuvchi qurilmasining richagli tizimining konstruktiv va geometrik parametrlari tadqiq qilinib, aniqlab olindi. Takomillashtirilgan uzatuvchi mexanizmdan foydalanishda ish sharoitlari yaxshilandi.

Kalit so'zlar: jilvirlash mashinasi, ishchi baraban, uzatuvchi qurilma, abraziv, charm, bosim kuchi, tayanch reaksiyasi kuchlari.

Tursunboyev L.E. Determining the Reaction Forces of the Support Clamping Device of a Leather Grinding Machine

Abstract. This paper proposes the design of a clamping device using a lever system with straightening levers for a leather grinding machine. The operating principle of the clamping device of the grinding machine is presented. The device for feeding and pressing the leather moves along guides and is mounted on a swinging frame suspended by swinging levers. The design and geometric parameters of the lever system of the clamping device of the grinding machine are determined. Using a lever clamping device ensures a uniform clamping force on the processed leather along the length of the grinding drum.

Keywords: grinding machine, working drum, feed device, abrasive, leather, clamping force, reaction forces.

СИНТЕЗ КОМБИНИРОВАННЫХ ЗУБЧАТО-РЫЧАЖНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Абдукаримов А., Рахмонов Х.Н

*Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: abdulalam54@gmail, comxushnudbekrahmonov1994@gmail.com*

Аннотация. Работа относится к разработке метода синтеза комбинированных зубчато-рычажных дифференциальных передаточных механизмов (КЗРДПМ). Метод показан на примере одной модификации КЗРДПМ. Рассматривается комбинированный зубчато-рычажный передаточный механизм дифференциального типа, который состоит из зубчато рычажных и цепных частей. Рычажный контур рассматриваемого КЗРДПМ состоит из рычажного четырехзвенника или кривошипно-ползунного механизма. Такой передаточный механизм может быть применен в технологических машинах с переменным межосевым расстоянием рабочих валов с большими диаметрами. Валковые машины с переменным межосевым расстоянием рабочих валов широко применяются в таких отраслях промышленности, как горнодобывающая, сельскохозяйственная, кожевенная, металлургическая и др. Эти валковые машины имеют разнообразные передаточные механизмы между рабочими валами. Эти механизмы используются для передачи вращательного движения с одного рабочего вала на другой рабочий вал. Геометрическая часть синтеза механизма выполнена с учетом минимальных и максимальных межосевых расстояний в момент выполнения технологического процесса и в момент ремонтно-профилактических работ. Кинематическая и динамическая части синтеза механизма выполнены в зависимости от передаваемого крутящего момента КЗРДПМ с учетом динамических факторов, таких как углы давления между звеньями рычажного контура КЗРДПМ.

Ключевые слова: синтез, комбинированный, зубчато-рычажный, механизм, угол давления, дифференциал, рабочий вал.

Введение В различных отраслях промышленности очень широко применяются валковые машины. Существует много валковых технологических машин, у которых во время выполнения технологического процесса межосевое расстояние рабочих валов меняется. Межвалковый передаточный механизм таких валковых машин, передающий крутящий момент от одного рабочего вала к другому рабочему валу должен обеспечить некоторые условия, предъявляемые к передаточному механизму. Например, зубчатый и дифференциальный зубчато-рычажный механизмы передачи машины для обработки стеблей луба и кенафа [1], дифференциальный зубчато-рычажный механизм передачи, применяемый в уборочном аппарате вертикально шпиндельной хлопкоуборочной машины, зубчатый механизм передачи, применяемый в горизонтальной отжимной машине ВОПМ-1800-К, зубчато-рычажный дифференциальный механизм передачи, применяемый в тянульно-мягчильной машине ТМПХ-1800-К, цепной механизм передачи отжимной машины Чешской фирмы “Свит” [2] и др. предназначены для передачи крутящего момента с одного рабочего вала на другой рабочий вал с постоянным передаточным числом; они обеспечивают постоянство передаточного отношения только при постоянном межосевом расстоянии рабочих валов, а в момент изменения межосевого расстояния рабочих валов, передаточное отношение механизма меняется, что приводит к нарушению выполнения агротехнических и технологических требований, предъявляемых к этим машинам. Такие нарушения, в конечном счете приводят к ухудшению качества обрабатываемого материала, иногда к их порче, а также к снижению производительности и уменьшению долговечности машин [1]. Таких примеров можно привести много. Такие недостатки в проектировании допущены из-за недостаточной исследованности валковых технологических машин с переменным межосевым расстоянием рабочих валов в целом и их исполнительных механизмов, в частности, межвалковых передаточных механизмов. Причиной недостаточности исследований является отсутствие методов структурного, кинематического, динамического анализа и синтеза этих передаточных механизмов. Эту проблему в валковых технологических машинах можно решить с помощью применения ЗРДПМ и разработкой методов их анализа и синтеза. Нами созданы комбинированный зубчато-рычажный дифференциальный передаточный механизм и его модификации и получены патенты на изобретение и полезные модели [3, 4]. Также разработаны методы их структурного, кинематического, динамического анализа [5]. В данной статье описан метод

синтеза созданного нами КЗРДПМ. С помощью этого метода предотвращаются вышеуказанные недостатки в проектировании некоторых валковых технологических машин. Разработанный нами передаточный механизм является комбинированным зубчато-рычажным передаточным механизмом дифференциального типа. В технике зубчато-рычажные механизмы известны очень давно. Однако только в последние годы учеными выявлены некоторые замечательные свойства этих механизмов. Выявленные свойства позволяют считать их одними из наиболее перспективных механизмов для создания современных машин и приборов [6].

Нами рассматривается комбинированный зубчато-рычажный дифференциальный передаточный механизм, у которого вращательное движение входного звена преобразовывается во вращательное движение в обратном направлении. Создание новых комбинированных зубчато-рычажных дифференциальных передаточных механизмов для валковых машин с переменным межосевым расстоянием рабочих валов различных конструкций, разработка методов синтеза вновь созданных механизмов для схем валковых машин с дугообразным и прямолинейным движением центров вращения ведомого колеса, а также создание классификации валковых машин и передаточных механизмов применительно к этим валковым машинам, является предметом нашего исследования в будущем.

Постановка задачи. Разработка относится к машиностроительной промышленности и может быть применена в технологических валковых машинах с переменным межосевым расстоянием рабочих валов с большими диаметрами и в технологических валковых машинах с большим изменением межосевого расстояния рабочих валов. Схемы разработанного комбинированного дифференциального передаточного механизма, предназначенного для передачи вращательного движения с одного рабочего вала на другой рабочий вал технологической машины с большими диаметрами рабочих валов и в технологических валковых машинах с большим изменением межосевого расстояния рабочих валов показаны на рис. 1 и 2.

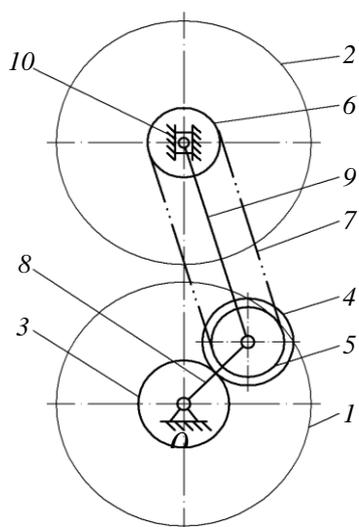


Рис.1. Схемы комбинированного дифференциального передаточного механизма (вид сбоку)

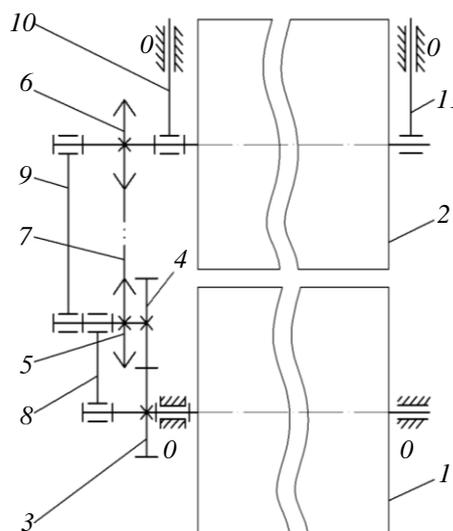


Рис.2. Схемы комбинированного дифференциального передаточного механизма

Предлагаемый дифференциальный передаточный механизм состоит из следующих звеньев: станины (неподвижное звено) 0; ведущего рабочего вала 1; ведомого рабочего вала 2; ведущего зубчатого колеса 3; ведомого зубчатого колеса 4; ведущей звездочки 5; ведомой звездочки 6; бесконечной цепи 7; рычагов 8, 9, 10 и 11. Предлагаемый дифференциальный

передаточный механизм работает следующим образом: крутящий момент от ведущего рабочего вала 1 на ведомый рабочий вал 2 передается посредством ведущего зубчатого колеса 3; ведомого зубчатого колеса 4; ведущей звездочки 5; бесконечной цепи 7; ведомой звездочки 6. Когда между ведущим рабочим валом 1 и ведомым рабочим валом 2 попадает обрабатываемый материал с переменной толщиной, меняется межосевое расстояние O_1O_3 (рис. 2). При этом оси O_2 и O_3 меняют свои положения, ось O_2 перемещается вокруг оси O_1 , а ось O_3 перемещается вертикально по линии, проходящей через точки O_1O_3 . Рычаг 8 обеспечивает постоянство межосевого расстояния O_1O_2 ведущего зубчатого колеса 3 и ведомого зубчатого колеса 4, шарнирно связав оси этих зубчатых колес. Рычаг 9 обеспечивает постоянство межосевого расстояния O_2O_3 ведущей звездочки 5 и ведомой звездочки 6, шарнирно связав оси этих звездочек. Бесконечная цепь 7 передает крутящий момент от ведущей звездочки 5 к ведомой звездочке 6. Ведомая звездочка 6, жестко закрепленная к выходному концу ведомого рабочего вала 2, передает крутящий момент этому рабочему валу. Рычаги 10 и 11 шарнирно связывают ось ведомого рабочего вала 2 и ведомой звездочки 6 (O_3) со станиной (0).

Синтез механизма. На рис. 3. приведена расчетная схема синтеза разработанного нами комбинированного зубчато-рычажного дифференциального передаточного механизма. На рис. 4. приведена расчетная схема синтеза рычажного контура этого механизма. Из ранее выполненного нами кинематического и динамического анализа рассматриваемого передаточного механизма для двухвалкового модуля с прямолинейным перемещением центра вращения верхнего рабочего вала видно, что для выполнения главного условия при проектировании двухвалкового модуля с одинаковыми диаметрами рабочих валков, необходимо следующее:

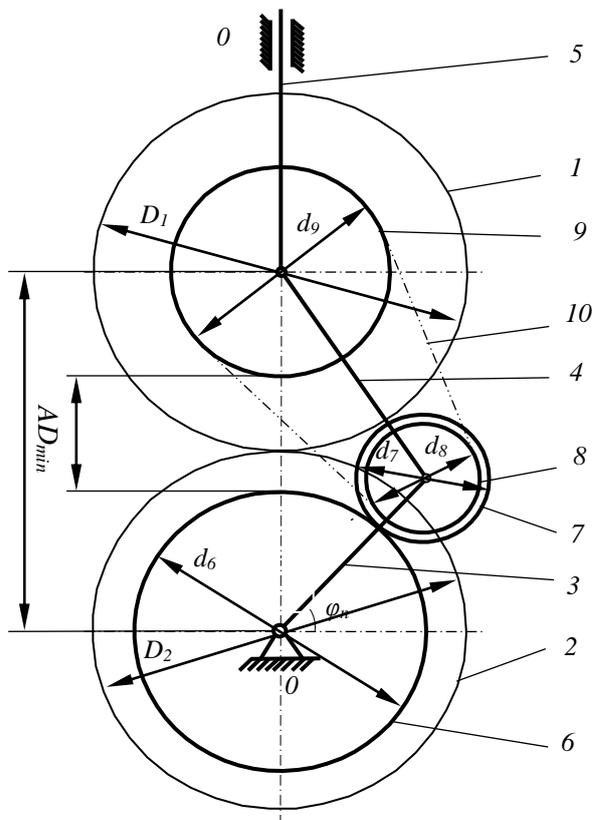


Рис. 3. Расчётная схема синтеза зубчато-рычажного передаточного механизма рычажным контуром. 0–стойка, 1, 2–рабочие валы 3, 4, 5–рычаги, 6, 7 – зубчатые колеса, 8, 9 – звёздочки, 10 – цепь

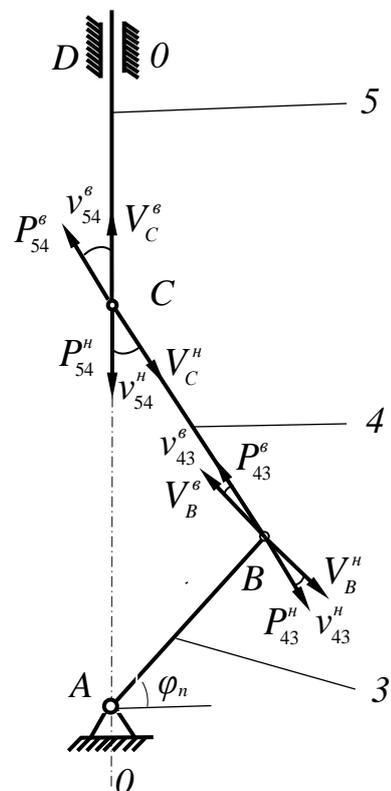


Рис. 4. Расчётная схема синтеза рычажного контура передаточного механизма

1. Зубчатая часть КЗРДПМ должна состоять из пары зубчатых колес, если зубчатые колеса имеют внешние зацепления. 2. Число зубьев зубчатых колес может быть одинаковым или неодинаковым. 3. Рычажный контур зубчато-рычажного механизма должен быть коромыслово-ползунным механизмом. 4. Коромыслово-ползунная часть механизма должна быть аксиальной. 5. Механизм должен обеспечивать изменение межосевого расстояния рабочих валов при выполнении технологического процесса на величину W_1 , а при ремонтно-профилактической работе валковой машины на величину W_2 . 6. Передаточное отношение цепной части КЗРДПМа должно быть обратно пропорционально зубчатой части механизма, если диаметры рабочих валов между собой равны. 7. Во время выполнения технологического процесса углы давления между рычажными звеньями должны быть меньше допустимых. 8. Диаметры окружностей вершин зубьев ведущего зубчатого колеса и ведомой звездочки должны быть меньше минимального диаметра рабочих валов на гарантийный зазор между вершинами зубьев ведущего зубчатого колеса и ведомой звездочки.

Предположим, что необходимо спроектировать валковую машину с диаметрами рабочих валов D_{θ_1} и D_{θ_2} с изменением межосевого расстояния в процессе работы на величину W_1 , в процессе ремонтно-профилактических работ на величину W_2 . На основании выше приведенных условий можно записать:

$$D_{\theta} = D_{\theta_1} = D_{\theta_2}, \quad (1)$$

$$AD_{p.max} = D_{\theta} + W_1, \quad (2)$$

$$AD_{p.min} = D_{\theta}, \quad (3)$$

$$AD_{n.max} = D_{\theta} + W_2, \quad (4)$$

$$AD_{n.min} = D_{\theta}, \quad (5)$$

$$D_a = D_{a_1} = D_{a_2}, \quad (6)$$

$$D_a = D_{\theta} - \Delta. \quad (7)$$

где D_{θ_1} и D_{θ_2} - диаметры ведущего и ведомого рабочих валов, соответственно; $AD_{p.max}$ и $AD_{p.min}$ - максимальное и минимальное межосевые расстояния рабочих валов при выполнении технологического процесса; $AD_{n.max}$ и $AD_{n.min}$ - максимальное и минимальное межосевые расстояния рабочих валов при ремонтно-профилактических работах; D_{a_1} и D_{a_2} - диаметры окружностей вершин зубьев ведущего зубчатого колеса и ведомой звездочки; Δ - гарантийный зазор между вершинами зубьев ведущего зубчатого колеса и ведомой звездочки.

Ориентир на вершины зубьев ведущего зубчатого колеса и ведомой звездочки в начале проектирования продиктован тем, что при изменении межосевого расстояния рабочих валов рычаги, поддерживающие промежуточные колеса и звездочки, испытывают нагрузку от силы инерции, зависящий от массы и ускорения центров вращения этого зубчатого колеса и звездочки. Поэтому при большом ускорении изменения межосевого расстояния целесообразно геометрические параметры ведущего зубчатого колеса и ведомой звездочки принять максимальными, а диаметры промежуточных зубчатых колес звездочки минимальными. Исходя из наибольшего момента, передаваемого зубчатыми колесами, определяем предварительное межосевое расстояние зубчатых колес (a_p), предварительную ширину зубчатых колес (b_p) и предварительный модуль зуба (m_p). Так как у нас в условиях даны диаметры вершин зубьев ведущего зубчатого колеса и ведомой звездочки, то мы можем определить предварительный делительный диаметр этих зубчатых колес. Передаточное число i определяют при разбивке общего передаточного отношения по ступеням. В нашем случае, $i = 1$. Коэффициент ширины (ψ_a) выбирают по условиям, указанным в [7].

Предварительное межосевое расстояние [9] равно:

$$a_p = (u \pm 1) \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{K}{[\sigma_H] \cdot u}\right)^2 \cdot \frac{T'_a}{\psi_a}}, \quad (8)$$

где $K=315$ для прямозубых передач; $[\sigma_H]$ - допускаемое контактное напряжение; T'_a - расчетный момент; $T'_p = T_{HE} \cdot R'_H = T_{max} \cdot K_{HD} \cdot K'_H$; T_{max} - наибольший момент нормально протекающего технологического процесса, открытые цилиндрические передачи применяют там, где скорость зубчатого колеса менее 1 м/с.

Открытые цилиндрические передачи конструируют узкими колёсами с коэффициентом ширины $\psi_a = 0.1-0.2$. Коэффициенты долговечности K_{HD} и K_{FD} берут равными единице. Знак "+" применяют для внешнего зацепления, знак "-" для внутреннего зацепления [9].

Тогда формула (8) примет следующий вид:

$$a_p = 2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{315}{[\sigma_H]}\right)^2 \cdot \frac{T'_a}{2}}, \quad (9)$$

при этом коэффициенты распределения нагрузки K_{Ha} и динамичности K_{HD} , входящие в формулу (8), считают равными единице.

Одной из особенностей расчета открытых зубчатых передач является их интенсивное изнашивание. Поэтому их изготавливают из нормализованных или улучшенных сталей. Износ открытых передач обычно допускается до 25% от первоначальной толщины, считая по делительной окружности. Прочность на изгиб при этом снижается вдвое [8]. Поэтому допускаемое напряжение уменьшается вдвое, следовательно, формула (9) примет вид [9]:

$$a_p = 2 \sqrt[3]{\left(\frac{2 \cdot 315}{165}\right)^2 \cdot \frac{T_{max}}{2}} = 2 \cdot \sqrt[3]{7.3 \cdot T_{max}} = 3.88 \cdot \sqrt[3]{T_{max}}. \quad (10)$$

Следовательно, допускаемое контактное напряжение $[\sigma_H]$ определяется из [9]:

$$[\sigma_H] = [\sigma_F] = \frac{\sigma_F^{\circ} \lim}{S_F}, \quad (11)$$

где $[\sigma_H]$ – допускаемое напряжение на изгиб; $[\sigma_F^{\circ} \lim]$ – предел длительной выносливости лимитирующего зубчатого колеса, S_F – коэффициент запаса прочности.

Если коэффициент долговечности $K_{HA} = 1$, то лимитирующим зубчатым колесом является ведомое зубчатое колесо.

При реверсивной работе допускаемое напряжение умножают на 0.8. Для стали 40, с термической обработкой нормализацией принимаем: твердость (НВ 180 - 350) НВ=200, $\sigma_F^{\circ} \lim = 1.8HB$; $S_F = 1.75$ [10].

Тогда получим

$$\begin{aligned} \sigma_F^{\circ} \lim &= 1.8 \cdot 200 = 360 \text{ МПа} \\ [\sigma_H] &= \frac{\sigma_F^{\circ} \lim \cdot 0.8}{S_F} = \frac{360 \cdot 0.8}{1.75} = 165 \text{ МПа} \\ a_p &= 2 \sqrt[3]{\left(\frac{2 \cdot 315}{165}\right)^2 \cdot \frac{T_{max}}{2}} = 3.88 \cdot \sqrt[3]{T_{max}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Так как у нас в условиях даны диаметры вершин зубьев ведомого и ведущего зубчатых колес, то мы можем определить предварительный делительный диаметр этих зубчатых

колес [9]:

$$d_p = (D_e - \Delta) - 2m_p, \quad (13)$$

также можем определить предварительное число зубьев

$$Z_p = \frac{d_p}{m_p}, \quad (14)$$

Число зубьев Z_p округляем до целого числа Z в сторону уменьшения и определяем предварительный модуль зуба

$$m'_p = \frac{d_p}{Z}, \quad (15)$$

Далее определяем окончательный делительный диаметр

$$d = mZ, \quad (16)$$

окончательный диаметр вершин зубьев и окончательный гарантийный зазор

$$D_a = d + 2m \quad (17)$$

$$\Delta = D_e - D_a. \quad (18)$$

Рассмотрим рычажные контуры зубчато-рычажного механизма.

При проектировании механизма нужно учитывать весьма важный параметр, характеризующий условие передачи сил и работоспособность механизма, такой как угол давления ν . Максимальная величина угла давления не должна превышать допустимое значение, то есть $\nu_{\max} \leq [\nu_{\text{доп}}]$. В рассматриваемом механизме (рис.1) рычажная часть передаточного механизма состоит из коромыслово-ползунного механизма. В кинематической паре С рычажного контура ведущим звеном является рычаг 5, а ведомым рычаг 4. При ходе рычага 5 от точки А углом давления в кинематической паре С является угол ν_{54}^6 (угол между силой \bar{P}_{54}^6 , направленной по звену 4 и вектором скорости \bar{V}_C^6 , направленным по ходу звена 5). При ходе рычага 5 к точке А углом давления в кинематической паре С является угол ν_{54}^H - это угол между силой \bar{P}_{54}^H \bar{V}_C^H , направленной по звену 4 и вектором скорости \bar{V}_C^H , направленным по ходу звена 5. Между звеньями 4 и 3 в кинематической паре В углы давления соответственно будут ν_{43}^6 и ν_{43}^H .

Из расчетной схемы видно, что:

$$\nu_{54}^6 = \nu_{54}^H = \nu_{54} \quad (14)$$

$$\nu_{43}^6 = \nu_{43}^H = \nu_{43} \quad (15)$$

$$\angle ABC = \nu_{54} \quad (16)$$

$$\angle CAB = 90 - \varphi_n \quad (17)$$

$$\angle CBA = 90 \pm \nu_{43} \quad (18)$$

$$\nu_{54} + (90 - \varphi_n) + (90 \pm \nu_{43}) = 180^\circ. \quad (19)$$

Откуда можно определить зависимости углов давления от угла положения механизма

$$\varphi_n = \nu_{54} \pm \nu_{43}. \quad (20)$$

Из формул (20) видно, при одном и том же угле положения механизма (φ_n), увеличение угла давления в одной кинематической паре приведет к уменьшению углов давления в другой кинематической паре. Уменьшение угла давления между рычагами 5 и 4 (ν_{54}^H) приведет к увеличению длины рычага 4 или уменьшению длины рычага 3. Поскольку, во время выполнения технологического процесса в КЗРДПМ, звено 3 работает как

коромысло с изменением угла положения, близким к 90 градусам, то возможны три частных случая по отношению длины звеньев механизма:

1-ый случай, длина звена 4 больше, чем длина звена 3

$$L_4 > L_3 \quad (21)$$

2-ой случай, длина звена 4 равна длине звена 3

$$L_4 = L_3 \quad (22)$$

3-ий случай, длина звена 4 меньше, чем длина звена 3

$$L_4 < L_3 \quad (23)$$

Рассмотрим случай 1. Из треугольника ABC можно записать

$$\frac{AB}{\sin v_{54}} = \frac{BC}{\sin(90 - \phi_n)}, \quad (24)$$

где

$$AB = L_3 = \frac{d_6}{2} + \frac{d_7}{2} = \frac{d_6 + d_7}{2} \quad (25)$$

$$BC = L_4. \quad (26)$$

Следовательно,

$$v_{54} = \arcsin\left(\frac{L_3}{L_4} \cos \phi_n\right). \quad (27)$$

Анализ формулы (27) показывает, что при $\phi_n = 0^\circ \cos \phi_n = 1, L_3/L_4 < 1, v_{54} < 45^\circ$.

При $\phi_n = 90^\circ \cos \phi_n = 0, L_3/L_4 < 1, v_{54} > 0$.

Из треугольника ABC также можно записать

$$\frac{AC}{\sin(90 \pm v_{43})} = \frac{BC}{\sin(90 - \phi_n)} \quad (28)$$

$$\frac{AC}{\cos(v_{43})} = \frac{BC}{\cos(\phi_n)}, \quad (29)$$

отсюда

$$\cos(v_{43}) = \frac{AC \cos(\phi_n)}{BC}, \quad (30)$$

следовательно

$$\pm v_{43} = \arccos\left(\frac{AC}{BC} \cos \phi_n\right). \quad (31)$$

Анализ формулы (31) показывает, что при $\phi_n = 0^\circ, AC > BC, \cos \phi_n = 1, v_{43} < 45^\circ$.

При $\phi_n = 90^\circ, AC > BC, \cos \phi_n = 0, v_{43} < 49^\circ$. Из формул (27) и (31) видно, что угол давления в кинематической паре $C(v_{54})$ меняется от 0 до некоторого значения, но не более 90° . А угол давления в кинематической паре $B(v_{43})$ меняется от менее чем 45° до 90° .

Рассмотрим случай 2 с учетом $L_4 = L_3$. Анализируя треугольник ABC , можно констатировать, что угол давления в кинематической паре $C(v_{54})$ меняется от 0° до 90° . Угол давления в кинематической паре $B(v_{43})$ меняется от 0° до 90° .

Рассмотрим случай 3 с учетом $L_4 < L_3$. Анализируя треугольник ΔABC можно констатировать, что угол давления в кинематической паре $C(v_{54})$ меняется от 0° до 90° . А угол давления в кинематической паре $B(v_{43})$ меняется от менее чем 45° до 90° .

Исходя из назначения механизма, 1-ый случай является более рациональным, так как именно в этом случае возможно обеспечить значительное изменение межосевого расстояния рабочих валов и применение рабочих валов с большими диаметрами без увеличения геометрических параметров и силы инерции зубчатых звеньев, а также не превышая

допустимых углов давления между рычагами рычажного контура КЗРДПМ. В расчетах при проектировании, для механизмов только с вращательными кинематическими парами принимают $[v]=45^\circ-60^\circ$, при наличии поступательных кинематических пар $[v]=30^\circ-45^\circ$, следовательно,

$$[v_{54}] = 45^\circ - 60^\circ, \quad (32)$$

$$[v_{43}] = 30^\circ - 45^\circ. \quad (33)$$

Формулы (27) и (31) удовлетворяют условиям (32) и (33) при $\phi_n=45^\circ-30^\circ$.

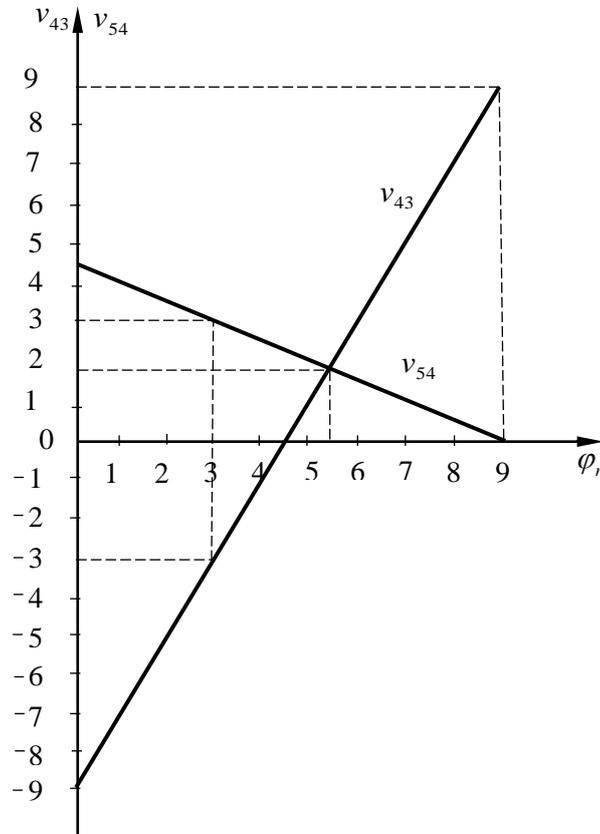


Рис.5. Графики изменения углов давления v_{54}, v_{43} в зависимости от угла положения механизма ϕ_n

На рис. 5 показаны графики изменения углов давления рычажных звеньев механизма v_{54} и v_{43} , в зависимости от угла положения рычажных звеньев механизма ϕ_n . Действительное изменение угла положения рычажных звеньев механизма в рабочем процессе (ϕ_d) должно быть меньше $15^\circ(45^\circ-30^\circ)$. Надо отметить, что величины допустимых углов давления рычажных звеньев $[v_{54}] = v_{54}$ могут быть в интервале от $(-45^\circ) \div (-30^\circ)$ до $(+30^\circ) \div (+45^\circ)$, что соответствует углу положения механизма от 31.8° до 48° по формуле (20). При изменении угла положения механизма от 0° до 90° , углы давления в кинематической паре B меняются от -90° до $+90^\circ$ при $L_4 > L_3$, а при $L_4 = L_3$ углы давления в кинематической паре B меняются от менее чем -45 до $+90$. В первом случае при значении угла $ABC=90^\circ$, углы давления в кинематической паре B равняются нулю ($v_{43}=0$). Кроме того, в первом случае ($L_4 > L_3$) при определенных параметрах L_3 и L_4 при угле $ABC = 90^\circ$, угол давления между рычагами 5 и 4 (v_{54}) равняется углу положения механизма (ϕ_n), то есть $\phi_n = v_{54}$. Рассмотрим треугольник ΔABC при угле $ABC=90^\circ$.

Из треугольника ΔABC видно, что

$$(90 - \phi_n) + v_{54} + 90^\circ = 180^\circ. \quad (34)$$

Отсюда

$$\phi_n = v_{54}. \quad (35)$$

Также с учетом

$$\operatorname{tg} v_{54} = \frac{L_3}{L_4} . \quad (36)$$

Угол давления равен:

$$v_{54} = \operatorname{arctg} \left(\frac{L_3}{L_4} \right). \quad (37)$$

Таким образом, оптимальными геометрическими параметрами КЗРДПМ, учитывающими предъявленные технологические требования к проектируемой машине и обеспечивающими требуемое изменение межосевого расстояния рабочих валов и работающими в пределах допустимых углов давления, являются геометрические параметры, определенные следующим образом. Приступим к определению делительного радиуса (r_n) промежуточного зубчатого колеса при угле положения механизма $\phi_n = 45^\circ$ и величине минимального угла положения механизма ($\phi_{n.min}$), удовлетворяющих условию изменения межосевого расстояния в рабочем положении (W_1). Из расчетной схемы (рис. 3) можно записать

$$AD_{p.min} = (r_6 + r_7) \cdot \cos(90 - \phi_{n.max}) + L_4 \cos(\angle ABC) \quad (38)$$

$$AD_{p.max} = (r_6 + r_7) \cdot \cos(90 - \phi_{n.min}) + L_4 \cos(\angle ABC) \quad (39)$$

$$AD_{p.min} = r_6 + r_7 + \Delta \quad (40)$$

$$AD_{p.max} - AD_{p.min} = W_1, \quad (41)$$

где r - делительные радиусы ведущего и ведомого зубчатых колес и ведомой звездочки, соответственно. Из формулы (38) при учете формул (39), (40), (41) получим

$$r_n = r_7 = \frac{d_6 + \Delta - r_6 \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}, \quad (42)$$

где r_n - делительный радиус промежуточного зубчатого колеса, обеспечивающий $D_a + \Delta = AD_{p.min}$ при угле положения механизма $\phi_n = 45^\circ$. Вычитая из формулы (39) формулу (38) и учитывая формулы (41) и (42), можно записать

$$AD_{p.min} = \frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} + \Delta. \quad (43)$$

Подставив в формулу (43) заданную величину W_1 и величину d из формулы (16), определяем $\phi_{n.min}$. Если $\phi_{n.min} \geq [\phi_{n.min} = 30^\circ]$, то произведем дальнейший расчет, если $\phi_{n.min} < [\phi_{n.min} = 30^\circ]$, то, увеличивая Z_n на один зуб, заново определяем $\phi_{n.min}$, так до удовлетворения условия $\phi_{n.min} \geq [\phi_{n.min} = 30^\circ]$.

После удовлетворения условия, приняв полученное значение Z_n , определяем окончательный делительный диаметр промежуточного зубчатого колеса

$$d_n = Z_n \cdot m. \quad (44)$$

Далее определяем длины рычагов и максимальную величину межвалкового расстояния

$$L_3 = \frac{d + d_n}{2}, \quad (45)$$

$$AD_{n.max} = \frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} + W_2, \quad (46)$$

$$W_2 = d + 2d_n - D. \quad (47)$$

Межосевое расстояние передачи роликовыми цепями:

Оптимальное значение [9]

$$a = (30 \div 50)t = 40 \cdot 15,875 = 635 \text{ мм} \quad (48)$$

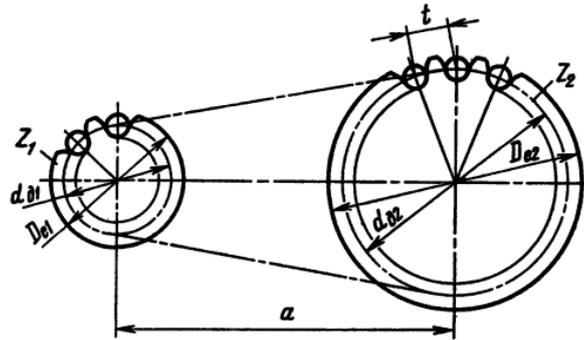


Рис.6. Цепная передача

Максимальное значение $a_{max} = 80 \cdot t = 80 \cdot 15,875 = 1270 \text{ мм}$.

Минимальное значение $a_{min} = 0,6 (D_{e1} + D_{e2}) + 30 \div 50 = 0,6(81 + 151) + 40 = 180 \text{ мм}$.

Здесь D_{e1} и D_{e2} - диаметры наружной окружности звёздочек. По ГОСТ 592-81

$$D_e = t \left(K + K_z - \frac{0,31}{\lambda} \right) = 40 \left(0,7 + 5,09 - \frac{0,31}{0,49} \right) = 207,6, \quad (49)$$

где K - коэффициент высоты зуба, зависящий от числа зубьев звездочки; для приводных роликовых цепей $K=0,7$. K_z - коэффициент числа зубьев; $K_z = \text{ctg} (180^\circ/z)$; λ - геометрическая характеристика зацепления; $\lambda = t/D_{ц}$; $D_{ц}$ - диаметр элемента зацепления цепи для роликовых цепей; $D_{ц} = d_1$.

Число звеньев цепи определяется формулой

$$L_t = \frac{L}{t} = 2a_t + 0,5z_c + \frac{\Delta^2}{a_t} = 2 \cdot 635 + 0,5 \cdot 46 + \frac{(2,2)^2}{635} = 1293 \text{ мм}, \quad (50)$$

где $a_t = a/t$.

Полученное при расчете значение L_t надо округлить до целого числа (желательно четного, чтобы избежать установки переходного соединительного звена).

После округления числа звеньев определяем межосевое расстояние, выраженное в шагах:

$$a_t = 0,25 \left[L_t - 0,5z_c + \sqrt{(L_t - 0,5z_c)^2 - 8\Delta^2} \right] = 0,25 \cdot (1293 - 0,5 \cdot 46 + \sqrt{(1293 - 0,5 \cdot 46)^2 - 8 \cdot (2,2)^2}) = 635 \quad (51)$$

Итак, расчетное межосевое расстояние, мм, $a_t = a_t$. Холостая ветвь цепи должна свободно провисать примерно на $0,01a$, для этого при монтаже передачи надо предусмотреть возможность уменьшения межосевого расстояния на $0,005a$ [9].

Средняя скорость цепи, м/с

$$v = \frac{n_1 z_1 t}{60 \cdot 10^3} = \frac{15,875 \cdot 16 \cdot 25}{60000} = 0,106 \text{ м/с},$$

где t - в мм; n_1 - в об/мин.

Так как с увеличением скорости цепи возрастают динамические нагрузки (примерно пропорционально квадрату скорости) и ускоряется износ шарниров (примерно пропорционально кубу скорости), то в приводах общего назначения нормальной точности скорость ограничивается $v \leq 10 \text{ м/с}$.

Соответственно этому ограничению может быть определена рекомендуемая предельная частота вращения малой звездочки $[n_1]$ об/мин.

На основании опытных данных [8] в предварительных расчетах можно принимать (при $z_1 \geq 15$) $[n_1] \leq 15 \cdot 10^3/t$, где t в мм.

По тем же соображениям рекомендуется ограничивать число ударов w цепи в секунду при набегании ее на зубья звездочек и сбегания с них [9].

$$w = \frac{4n_1z_1}{60 \cdot L_t} = \frac{4 \cdot 25 \cdot 16}{60 \cdot 1293} = 0.02, \quad (52)$$

оно не должно превышать допускаемого значения [9]

$$[w] \leq \frac{508}{t} c^{-1}$$

Долговечность цепи, в основном, зависит от среднего давления в шарнирах [9]

$$p = \frac{F_t K_9}{A} = \frac{107.9 \cdot 4.7}{29.29} = 17.3, \quad (53)$$

где F_t - окружное усилие, Н; K_9 - коэффициент, учитывающий конкретные условия монтажа и эксплуатации цепной передачи; A - проекция опорной поверхности шарнира скольжения на плоскость, проходящую через его ось, мм².

По нормам DIN 8195 для цепей типа ПР нормальной точности при расчетной долговечности 100000 ч допускаемые значения $[p]$ в зависимости v , м/с, таковы [9]:

v , м/с	0.1	0.4	1.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10
$[p]$ Мпа	32	28	25	21	17	14	12	10

Формула (53) служит для проверочного расчета намеченной цепи - для нее определяют величину A и вычисляют K_9 и затем сравнивают полученное значение p с допускаемым, если условие $p \leq [p]$ соблюдено, то цепь пригодна, в противном случае следует проверить другой вариант цепи, например, если в исходном варианте была предусмотрена цепь типа ПРЛ, то можно проверить цепи ПР или 2ПР, взять цепь с большим шагом или увеличить z_1 [9].

$$A = d(B_{BH} + 2s),$$

где d - диаметр валика, мм, B_{BH} - расстояние между пластинами внутреннего звена, s - толщина пластины. Можно также вычислять A в зависимости от шага цепи: для цепи ПРЛ и ПР $A = 0.28 t^2$, за исключением цепи ПР 15.875-22.7, у которой $A = 0.22 t^2$ и цепей ПР 9.525-9.1 и ПР 12.7-, у которых $A = 0.31 t^2$.

Коэффициент K_9 представляет собой произведение шести множителей [9]:

$$K_9 = k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_6 = 3 \cdot 0.8 \cdot 1.3 \cdot 1 \cdot 1.5 \cdot 1 = 4.7. \quad (54)$$

Коэффициент k_1 учитывает характер изменения нагрузки: при нагрузках, близких к постоянной, без резких колебаний, принимают $k_1 = 1$. Если в процессе эксплуатации нагрузка резко меняется, что сопровождается ударами, то $k_1 = 3$.

Коэффициент k_2 учитывает влияние межосевого расстояния: при $a_t = 30 \div 60$ принимают $k_2 = 1$; при $a_t \geq 60$ значение $k_2 = 0.8$ [9].

Коэффициент k_3 зависит от угла наклона передачи к горизонту: если он меньше 60° , то $k_3 = 1$; при вертикальном расположении $k_3 = 1.3$, для передач с автоматическим регулированием натяжения цепи $k_3 = 1$ при любом угле наклона [9].

Коэффициент k_4 учитывает способ регулирования натяжения: если оно осуществляется автоматически, то $k_4 = 1$, при периодическом регулировании $k_4 = 1.25$ [9].

Коэффициент k_5 учитывает влияние способа смазывания цепной передачи: при непрерывной смазке $k_5 = 0.8 \div 1.0$; при капельной $k_5 = 1.2$; при периодической $k_5 = 1.5$ [9].

Коэффициент k_6 принимают в диапазоне от 1 (при одно-сменной работе) до 1.5 (при трехсменной работе) [9].

Для проектировочного расчета цепной передачи формулу (53) преобразуют, принимая $A = 0.28 t^2$, $F = 2T_1/d_{\delta 1}$, где T_1 - вращающий момент, Н*мм, $d_{\delta 1} = z_1 t / \pi$. После соответствующих

перестановок получаем формулу для определения шага однорядной цепи типа ПРЛ или ПР [9].

$$t \geq 2.8 \sqrt[3]{\frac{T_1 K_2}{z_1 [p]}} = 2.8 \sqrt[3]{\frac{108.5 \cdot 4.7}{16 \cdot 15.875}} = 3.5 \quad (55)$$

Вычисленный по этой формуле шаг t округляют до ближайшего значения его по стандарту, уточняя A .

Рассчитанную по формуле (2) цепь проверяют на прочность, определяя коэффициент запаса прочности [9]:

$$S = \frac{F_B}{F_1 k + F_u + F_f} = \frac{60000}{1414 + 25.98 + 16.2} = 41.2, \quad (56)$$

коэффициент S должен быть не меньше нормативного $[s]$ значения, которое надо выразить в H . F_1 - окружная сила, H ; k_1 - коэффициент, учитывающий изменение нагрузки; его значение дано выше, в пояснении к формуле (54); $F_u = mv^2$ - нагрузка от центробежных сил (m - масса 1 м цепи, кг; v - скорость цепи); F_f - сила от провисания цепи, H [9]:

$$F_f = 9.81 k_f m a = 9.81 \cdot 1 \cdot 2.6 \cdot 635 = 16.2, \quad (57)$$

здесь коэффициент $k_f=1$ при вертикальном расположении передачи и $k_f=6$ при горизонтальном.

Типы цепей и их параметры установлены стандартами [9].

Типы приводных роликовых и втулочных цепей стандартизованы по ГОСТ 13568 - 75.

ПРЛ – роликовые легкой серии, ПР – роликовые нормальной серии, ПРД – роликовые длиннорычажные, ПВ – втулочные, ПРИ – роликовые с изогнутыми пластинами

Цепи ПР выпускают однорядные, 2ПР двухрядные, 3ПР трехрядные, 4ПР четырехрядные.

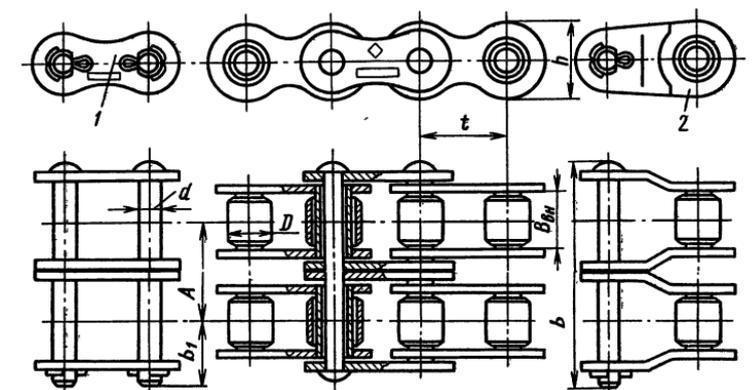


Рис.7. Роликовая цепь ГОСТ-13568-75

Принимаем роликовую 2ПР двухрядную цепь нормальной серии.

По ГОСТ 13568 – принимаем:

Шаг цепи $t=12.7$. Ширина ролика $B_{BH}=7.75$. Диаметр втулки $d=4.45$. Диаметр ролика $d=8.5$. $h=11.8$. $b=35$. $b_1=11$. $A=13.92$. Разрушающая нагрузка 31.8 кН. Масса 1 м цепи 1.4 кг.

Заключение. Разработан метод синтеза комбинированного зубчато-рычажного дифференциального передаточного механизма применительно к двухвалковым машинам с переменным межосевым расстоянием рабочих валов в случае перемещения центров вращения свободного рабочего вала по прямой, проходящей через оси вращения рабочих валов. Выведены формулы для определения оптимальных углов положения КЗРДПМ в процессе выполнения технологического процесса в зависимости от углов давления в кинематических парах рычажного контура механизма. Определены величины углов положения механизма, соответствующие допустимым величинам углов давления в

кинематических парах. Выведены формулы для определения геометрических параметров КЗРДПМ в зависимости от геометрических параметров двухвалковой технологической машины и технологических требований к этой машине, которые выражаются величиной максимального изменения межвалкового расстояния в момент выполнения технологического процесса и в момент выполнения ремонтно-профилактических работ, а также в зависимости от передаваемого крутящего момента зубчатыми колесами с учетом динамических факторов, таких как рациональные углы давления рычажных контуров.

Работа выполнена при поддержке и за счет бюджетных средств Академии наук Республики Узбекистан и Института механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т.Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кузнецов Г.К., Смирнов Б.И. Проектирование машин первичной обработки лубяных волокон. М. : Машиностроение, 1967, 270 с.
- [2] Бурмистров А.Г. Машины и аппараты производства кожи и меха. М. : КолосС, 2006, 384 с
- [3] Дифференциальный передаточный механизм : пат. на изобретение РУз № IAP 06400 / А. Абдукаримов, Г. А. Бахадиров, Ш. Р. Хурамов [и др.]. Опубл. 29.01.2021, Бюл. № 1.
- [4] Patent Uz № FAP 2800. Differensial uzatish mexanizmi// Abdulkarimov A., Bahadirov G.A., Rakhmonov X., Abdullajonov A.A., Madaminov S.M., Akhborotnoma. 12.02.2025. №10.
- [5] Бахадиров Г.А. Механика отжимной валковой пары. Т. : Фан, 2010, стр. 113—137, 156 с.
- [6] Фатеев, Н. А. Определение условных скоростей и угловых ускорений звеньев плоских зубчато-рычажных механизмов // Материалы XXXVIII научно-технической конференции по итогам работы профессорско-преподавательского состава СевКавГТУ. Том первый. Естественные и точные науки. Технические и прикладные науки. Ставрополь : СевКавГТУ, 2009, 218 с.
- [7] Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. М. : Высшая школа, 1985, стр. 177—178, 279 с.
- [8] Abdulkarimov A., Madaminov S., Abdullajonov A. Synthesis of a ten-link tooth-lever differential roller transmission mechanism // E3S Web of Conferences. – EDP Sciences, 2021, Vol. 304, P. 02010.
- [9] Чернавский С.А. и др. Проектирование механических передач. Учебно-справочное пособие для вузов. М.: Машиностроение, 1984, 560 с.
- [10] Шапкин, А. С. Регулируемые зубчато-рычажные и волновые механизмы. Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 1987, стр. 89—106, 248 с

Дата поступления
04.09.2025

Abdulkarimov A., Raxmonov X.N. Kombinatsiyalangan tishli-richagli differensial uzatish mexanizmlarini sintez qilish Annotatsiya. Tadqiqot ishida kombinatsiyalashgan tishli-richagli differensial uzatish mexanizmini (KTRDUM) sintez qilish usulini ishlab chiqishga bag'ishlangan. Ushbu metod KTRDUM ning bitta modifikatsiyasi misolida ko'rsatilgan. ko'rib chiqilayotgan differensial turidagi kombinatsiyalashgan tishli-richagli zanjirli differensial uzatish mexanizmi tishli g'ildirak, richag va zanjirli qismlardan tashkil topgan. Ko'rib chiqilayotgan KTRDUM ning richagli konturi to'rt bo'g'in yoki krivoship-polzunli mexanizmdan iborat. Bunday uzatish mexanizmi katta diametrli ishchi vallarining o'qlararo masofasi o'zgaruvchan bo'lgan texnologik mashinalarda qo'llanilishi mumkin. Ishchi vallarining o'qlararo masofasi o'zgaruvchan bo'lgan valli mashinalar sanoatning tog'-kon sanoati, qishloq xo'jaligi, charm, metallurgiya va boshqa sohalarida keng qo'llaniladi. Ushbu valli mashinalarning ishchi vallar orasida turli xil uzatish mexanizmlariga mavjud. Bu mexanizmlar aylanma harakatni bir ishchi valdan ikkinchi ishchi valga uzatishda qo'llaniladi. Mexanizm sintezining geometrik qismi texnologik jarayonni bajarish paytida va ta'mirlash-profilaktika ishlari paytida minimal va maksimal o'qlararo masofalarni hisobga olgan holda bajarilgan. Mexanizm sintezining kinematik va dinamik qismlari KTRDUM uzatadigan burovchi momentga bog'liq holda, KTRDUM richagli konturi richaklari orasidagi bosim burchaklari kabi dinamik omillarni hisobga olgan holda bajarilgan.

Kalit so'zlar: sintez, kombinatsiyalashgan, tishli-richagli, mexanizm, bosim burchagi, differensial, ishchi val.

Abdulkarimov A., Rakhmonov Kh.N. Synthesis of combined gear-lever differential transmission mechanisms

Abstract. This work concerns the development of a method for synthesizing combined gear-lever differential transmission mechanisms (CGLTM). The method is demonstrated using a single CGLDTD modification as an example. This paper examines a combined gear-lever differential transmission mechanism consisting of gear-lever and chain components. The lever scheme of the CGLDTD consists of a four-link lever or a crank-slider mechanism. This transmission mechanism can be used in process machines with variable center distances on large-diameter working shafts. Rolling machines with variable center distances are widely used in industries such as mining, agriculture, tanneries, metallurgy, and others. These rolling machines have a variety of transmission mechanisms between the working shafts. These mechanisms are used to transmit rotary motion from one working shaft to another. The geometric design of the mechanism is based on the minimum and maximum center distances during the process and during maintenance. The kinematic and dynamic design is based on the torque transmitted by the CGLDTD, taking into account dynamic factors such as the pressure angles between the VCDRM lever links.

Keywords: synthesis, combined, gear-lever, mechanism, pressure angle, differential, working shaft.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИВОДА ПИЛЬНОГО ВОЛОКНООТДЕЛИТЕЛЯ С СЕМЯОТВОДЯЩИМ УСТРОЙСТВОМ

Мухаммадиев Д.М., Ахмедов Х.А., Примов Б.Х., Абзоиров О.Х.

*Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: davlat_mm@mail.ru*

Аннотация. В статье представлены результаты эксперимента по изучению привода пильного волокноотделителя с семяотводящим устройством. В итоге проведенных исследований разработан привод для пильного волокноотделителя с семяотводящим устройством с минимально неравномерным вращением рабочих органов. Установлена потребляемая мощность электродвигателя пильного цилиндра. Средняя частота вращения выходного вала электродвигателя пильного цилиндра составила 1459,94 об/мин с неравномерностью вращения $8,2 \cdot 10^{-6}$, а частота вращения пильного цилиндра составила 729,97 об/мин с неравномерностью вращения $4,1 \cdot 10^{-6}$. При этом максимальная потребляемая мощность электродвигателя пильного цилиндра составила 24,82 кВт.

Ключевые слова: волокноотделительная машина; электродвигатель; вал; пильный цилиндр; привод; семяотводящее устройство; частота вращения; неравномерность вращения.

Анализ приводов для систем волокноотделителей, особенно при сборе хлопка, сфокусирован на оптимизации энергетической эффективности и снижении механических нагрузок в процессе волокноотделения. Исследования показали, что важно использовать эффективные приводы, которые сбалансируют потребление энергии и производительность. Также разрабатываются роботизированные решения для улучшения энергоэффективности и минимизации механических повреждений.

При анализе зарубежных и отечественных исследований систем передачи движения волокноотделителей, особенно при переработке хлопка, выделено несколько подходов, направленных на повышение эффективности и снижение механического воздействия на волокна и семена. Исследования проводятся по всему миру, при этом работы из США и Узбекистана предоставляют ценные данные о механизмах, которые приводят в действие эти устройства.

В частности, исследования в США сосредоточены на использовании роботизированных машин с интегрированными системами волокноотделения, которые направлены на снижение потребления энергии при улучшении механической эффективности процесса волокноотделения. Эти системы требуют точной настройки, чтобы избежать повреждения волокон и семян, так как процесс волокноотделения сопряжен с большими механическими нагрузками. Основной вызов заключается в нахождении баланса между необходимой мощностью для эффективной работы и минимизацией потребляемой энергии, как это описано в исследованиях технологий хлопковой переработки Национального совета по хлопку [1].

В свою очередь, исследования в Узбекистане ориентированы на улучшение методов волокноотделения, чтобы снизить нагрузку на волокна и семена во время переработки [2]. Одним из ключевых результатов этих исследований стало развитие систем волокноотделения, уменьшающих ударные нагрузки, снижающие качество хлопка. Внедрение воздушных носителей в эти системы было исследовано как способ более бережного обращения с хлопком, улучшающий качество переработанного материала.

Оба направления исследований подчеркивают важность совершенствования механических и воздушных технологий для повышения производительности и экономической эффективности систем переработки хлопка, при этом уделяется все большее внимание на минимизацию воздействия на окружающую среду и оптимизацию энергопотребления.

Привод – это совокупность устройств, обеспечивающих движение рабочих элементов технологических машин. Он включает двигатель, источник движения, и механизмы для передачи и преобразования движения [3, 4]. Приводы бывают электрическими, гидравлическими и пневматическими, причем последние два работают за счет энергии электродвигателя [5-9].

Передающие механизмы (или передачи) служат для передачи движения от одного элемента привода к другому. Они бывают ременные, цепные, зубчатые и червячные. Характеристика передачи - это передаточное число [10-13].

Муфты служат для соединения валов различных агрегатов, например, электродвигателя и редуктора [11]. При этом сцепная муфта обеспечивает плавное и эффективное соединение и разъединение валов, что полезно в различных механизмах, где требуется передача вращательного движения между элементами с различной скоростью или под нагрузкой.

При разработке привода пильного волокноотделителя с семяотводящим устройством были использованы следующие кинематические и конструктивные параметры, полученные в предыдущих исследованиях:

1. Число пил на валу	– 30 штук;
2. Диаметр пилы	– 320 мм;
3. Частота вращения пильного цилиндра	– 730 об/мин;
4. Частота вращения набрасывающего барабана	– 370 об/мин;
5. Диаметр набрасывающего барабана	– 145 мм;
6. Частота вращения колковых барабанов питателя	– 420 об/мин;
7. Диаметр съемного барабана	– 360 мм
8. Частота вращения съемного барабана	– 1422 об/мин;
9. Частота вращения питающих валиков	– 2.9 – 14.1 об/мин;
10. Диаметр семяотводящей трубы	– 125 мм;
11. Частота вращения семяотводящей трубы	– 355 об/мин;
12. Диаметр семяотводящей трубы	– 102 мм;
13. Частота вращения семяотводящей трубы	– 1420 об/мин;
14. Производительность по хлопку	– 597.5 – 1339.8 кг/ч;
15. Установленная мощность	– 28.6 кВт.

Методика проведения экспериментального исследования пильного волокноотделителя с семяотводящим устройством. Была установлена поперечная площадь профиля рабочей камеры, которая составляет 0.086 м², что на 25.5% меньше, чем у серийного пильного джина 4ДП-130 [14].

При экспериментальном исследовании использован хлопок-сырец разновидности С 6524 I сорта 2 класса, с 3.68% засоренности и 8.19% влажности по схеме: Двухбарабанный колковый питатель → рабочая камера 30 пильного волокноотделителя с шелушильной камерой и семяотводящим устройством (рис. 1).

Экспериментальное исследование проводили при производительности по хлопку – 1103 кг/час, а частота вращения питающего валика двухбарабанного питателя составила – 10.9 об/мин.

Для установления кинематических и энергетических параметров 30 пильного волокноотделителя с шелушильной камерой и семяотводящим устройством была разработана панель управления и мониторинга кинематических и энергетических параметров (рис. 2).

Результаты экспериментального исследования пильного волокноотделителя с семяотводящим устройством. В результате экспериментального исследования разработанного пильного волокноотделителя с семяотводящим устройством было установлено изменение потребляемой мощности электродвигателя пильного цилиндра в функции времени (рис. 3), частоты вращения электродвигателя и пильного цилиндра в функции времени (рис. 4) и изменение частоты вращения набрасывающего барабана и семяотводящего устройства в функции времени (рис. 5).



Рис. 1. Общий вид 30 пильного волокноотделителя с шелушильной камерой и семяотводящим устройством



Рис. 2. Панель управления и мониторинга параметров пильного волокноотделителя с шелушильной камерой и семяотводящим устройством

Установлено, что среднее значение частоты вращения выходного вала электродвигателя пильного цилиндра составило $n_{дв}=1459.94$ об/мин (рис. 4) с неравномерным вращением $8.2 \cdot 10^{-6}$, а пильного цилиндра $n_{пц}=729.97$ об/мин (рис. 3) с неравномерным вращением $4.1 \cdot 10^{-6}$. При этом максимальная потребляемая мощность электродвигателя пильного цилиндра составила $N=24.82$ кВт (рис. 3).

В итоге проведенных исследований разработан привод для пильного волокноотделителя с семяотводящим устройством с минимально неравномерным вращением рабочих органов. Установлена потребляемая мощность электродвигателя пильного цилиндра.

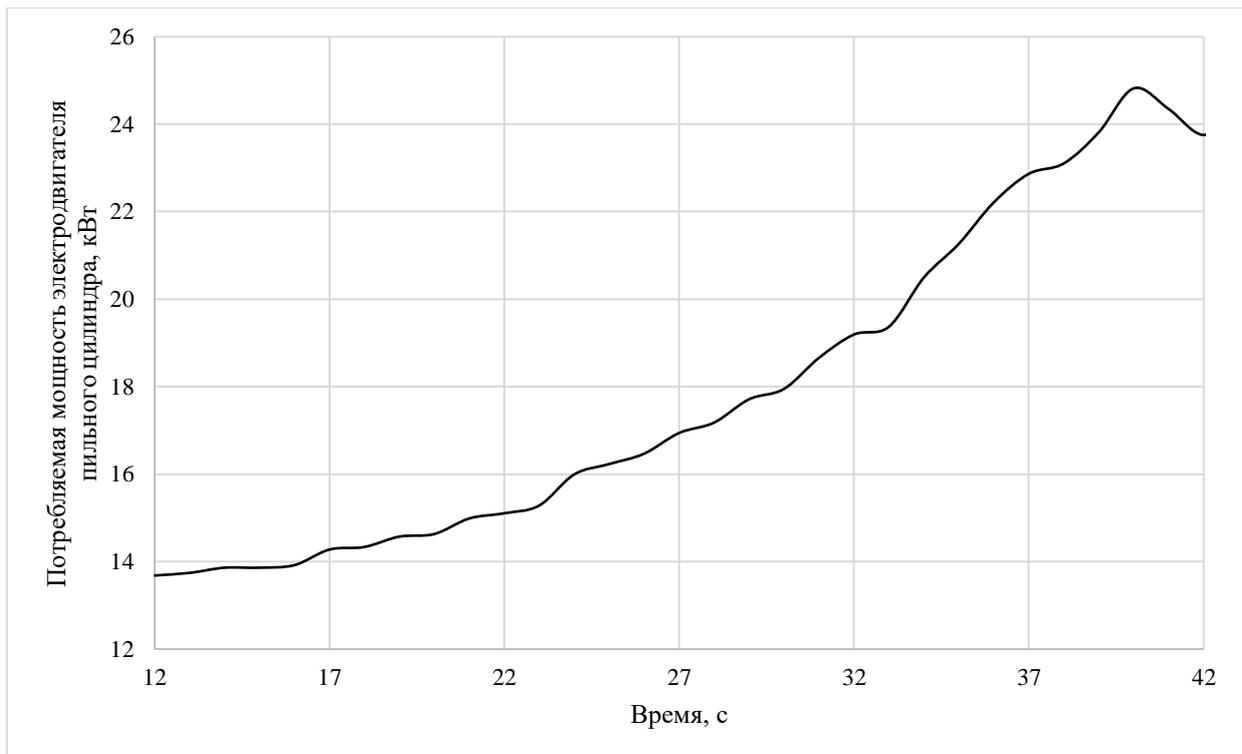


Рис. 3. Изменение потребляемой мощности электродвигателя пильного цилиндра в функции времени

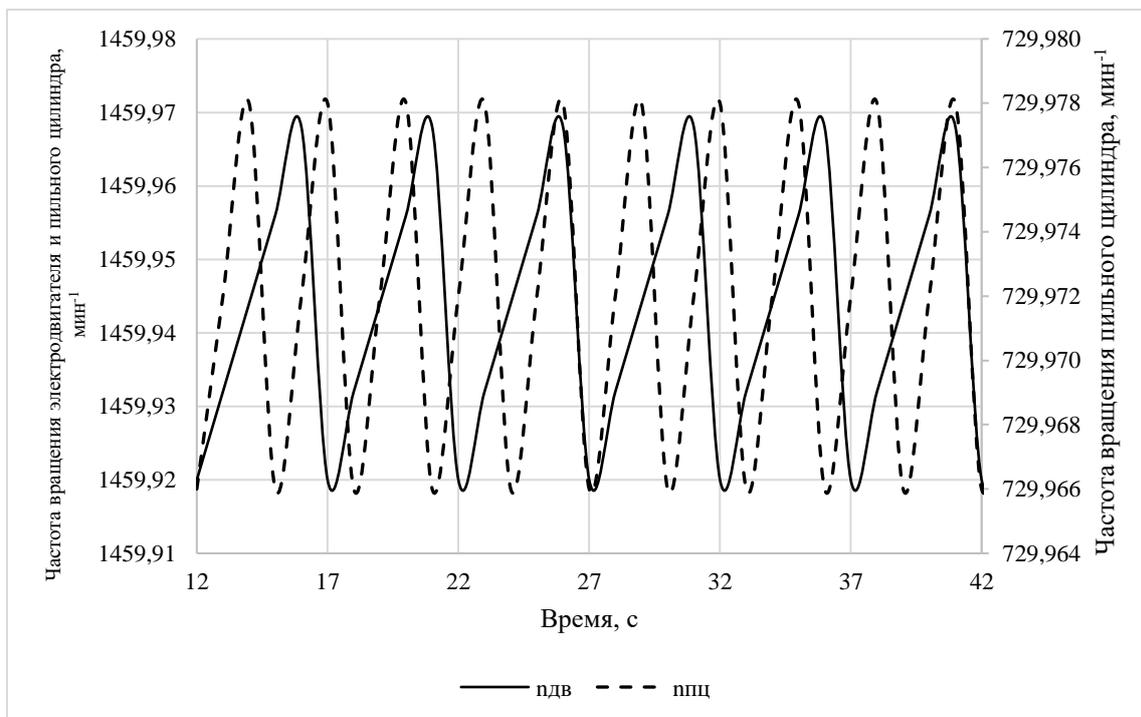


Рис. 4. Изменение частоты вращения электродвигателя и пыльного цилиндра в функции времени

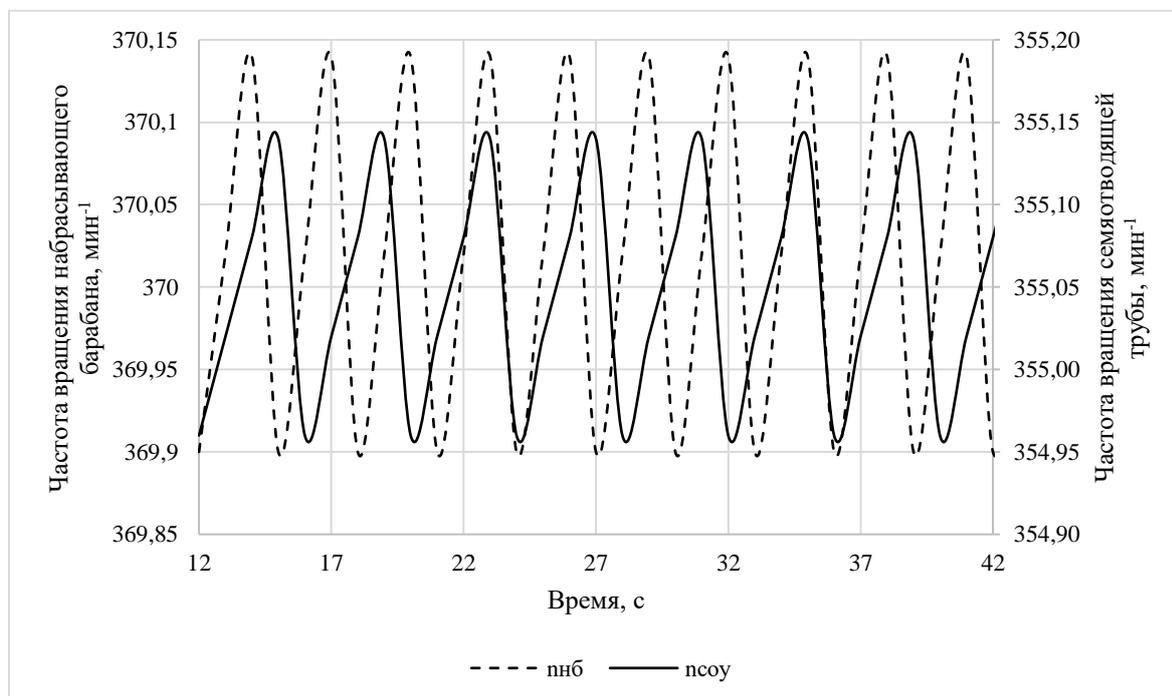


Рис. 5. Изменение частоты вращения набрасывающего барабана и семяотводящего устройства в функции времени

Для установления кинематических и энергетических параметров 30 пыльного волоконотделителя с шелушильной камерой и семяотводящим устройством были изготовлены детали привода, такие как муфты, ременные, зубчатые цилиндрические и червячные передачи, а также панель управления и мониторинга кинематических и энергетических параметров.

Заключение. В результате исследований разработан привод для пыльного волоконотделителя с семяотводящим устройством и минимальной неравномерностью вращения рабочих органов. Установлены параметры потребляемой мощности: средняя частота вращения выходного вала электродвигателя составила $n_{дв}=1459,94$ об/мин с неравномерностью

$8,2 \cdot 10^{-6}$, а частота вращения пильного цилиндра - $n_{\text{пц}}=729,97$ об/мин с неравномерностью $4,1 \cdot 10^{-6}$. Максимальная потребляемая мощность электродвигателя составила $N=24,82$ кВт. В целом, результаты проведенного экспериментального исследования по определению оптимальных показателей кинематических и энергетических параметров свидетельствуют о том, что различие между теоретическими и экспериментальными значениями составляет 0,2%.

Работа выполнена в рамках бюджетного финансирования института Механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Cotton: World Statistics [Электронный ресурс] // International Cotton Advisory Committee (ICAC). – Washington, DC: ICAC, [б. г.]. – Режим доступа: <https://icac.org/publications/statistics> (дата обращения: 19.12.2025).
- [2] О мерах по дальнейшему развитию хлопкового и текстильного производства : постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 22 июня 2020 г. № 397 [Электронный ресурс]. – Ташкент, 2020. – Режим доступа: <https://lex.uz/ru/docs/4865907> (дата обращения: 19.12.2025).
- [3] Механическое оборудование и технологические комплексы: учебное пособие / С.М. Пуляев, М.А. Степанов, Б.А. Кайтуков и др.; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моек. гос. строит, ун-т. Москва: МГСУ. 2015, 480 с.
- [4] Теория механизмов и машин: учеб. пособие / М. А. Мерко, А. В. Колотов, М. В. Меснянкин, А. А. Шаронов. - Красноярск; Сиб. федер. ун-т, 2015, 248 с.
- [5] Хитров А. И. Общепромышленные асинхронные электродвигатели с короткозамкнутым ротором: справочник / А. И. Хитров. А. А. Хитров. - 2-е изд., перераб. и доп. Москва; Вологда : Инфра-Инженерия. 2024, 104 с.
- [6] Острецов В.Н., Палицын А.В. Электропривод и электрооборудование 2-е изд., пер. и доп.- М.: Издательство Юрайт, 2024, 180 с.
- [7] Киселев В.И., Кузнецов Э.В., Копылов Э.В., Лунин В.П. Электрические машины 3-е изд., пер. и доп. М.: Издательство Юрайт, 2024, 231 с.
- [8] Кудашев А. С. Электрическое оборудование предприятий: [учеб. пособие] / А. С. Кудашев, Д. В. Зеляковский. – Волгоград: ВолгГАСУ, 2014. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> (дата обращения: 19.12.2025).
- [9] Хакимьянов М. И. Электрические и электронные аппараты и их использование в нефтегазовой промышленности: учебное пособие / М. И. Хакимьянов, Р. Т. Хазиева. - Москва; Вологда: Инфра-Инженерия, 2023, 216 с.
- [10] Архангельский Г.В. Ременные передачи: моногр. / Г.В.Архангельский, А.И.Дубинец. - О.: Наука и техника, 2011, 56 с.
- [11] Сергеев С.А. Цепные муфты: анализ и синтез: монография / С. А. Сергеев. Старый Оскол: ТНТ, 2015, 392 с.
- [12] Альгин В.Б. и др. Зубчатые передачи и трансмиссии в Беларуси: проектирование, технология, оценка свойств / под общ. ред. В.Б.Альгина, В.Е.Старжинского. Минск: Беларуская навука, 2017, 406 с.
- [13] Плескачевский Ю.М. Элементы привода приборов: расчет, конструирование, технологии / под ред. Ю. М. Плескачевского. - Минск: Беларусь. навука. 2012, 769 с.
- [14] Мухаммадиев Д.М., Ахмедов Х.А., Примов Б.Х., Жамолова Л.Ю., Мухаммадиев Т.Д., Маллаев О.С. Рабочая камера пильного джина // O'zR Adliya vazirligi huzuridagi intellektual mulk markazi/ Ixtiroga patent № IAP 07522. (30.11.23y.)

Дата поступления
12.11.2025

Muhammadiyev D.M., Axmedov H.A., Primov B.X., Abzoirov O.X. Chigit chiqaruvchi qurilmali arrali tola ajratgich harakat uzatish tizimining eksperimental tadqiqoti

Annotatsiya. Maqolada chigit chiqaruvchi qurilmali arrali tola ajratgichning harakat uzatish tizimini eksperimental tadqiq etish natijalari keltirilgan. Tadqiqot natijasida ishchi qismlarining notekis aylanishi minimal bo'lgan chigit chiqaruvchi qurilmali arrali tola ajratgich harakat uzatish tizimi ishlab chiqilgan. Arrali silindrli elektrodvigatelning quvvat sarfi aniqlangan. Arrali silindr elektrodvigatelining chiqish vali o'rtacha aylanish chastotasi 1459,94 ayl/min, aylanish notekisligi $8,2 \cdot 10^{-6}$, arrali silindrning aylanish chastotasi esa 729,97 ayl/min bo'lib, aylanish notekisligi $4,1 \cdot 10^{-6}$ ga tengligi aniqlangan. Bundan tashqari, arrali silindrli elektrodvigatelning maksimal quvvat sarfi 24,82 kVt ni tashkil etgan.

Kalit so'zlar: tola ajratgich mashinasi, elektrodvigatel, val, arrali silindr, harakat uzatish tizimi, chigit chiqaruvchi qurilma, aylanish chastotasi, aylanish notekisligi.

Mukhammadiev D.M., Akhmedov H.A., Primov B.Kh., Abzoirov O.Kh. Experimental study of a drive for a saw gin with a seed-removing device

Abstract. The article presents the results of an experiment studying the drive of a saw gin with a seed-removing device. As a result of the research, a drive for a saw gin with a seed-removing device with minimal uneven rotation of the working parts was developed. The power consumption of the saw cylinder electric motor was determined. The average rotational speed of the output shaft of the saw cylinder electric motor was 1459.94 rpm with a rotating unevenness of $8.2 \cdot 10^{-6}$, and the rotational speed of the saw cylinder was 729.97 rpm with a rotating unevenness of $4.1 \cdot 10^{-6}$. Moreover, the maximum power consumption of the saw cylinder electric motor was 24.82 kW.

Keywords: saw gin machine; electric motor; shaft; saw cylinder; drive; seed-removing device; rotational speed; rotating unevenness.

СОДЕРЖАНИЕ

К.С.Султанов, М.М.Мирсаидов, А.Нуьмонов, З.Уразмухамедова. Напряженное состояние Кызылсайской грунтовой плиты под действием статических нагрузок	3
М.К.Усаров, Д.К.Шамсиев, Ф.А.Усанов. Продольные колебания многоэтажного здания с пространственным фундаментом на основе континуальной пластинчатой пространственной модели	11
З.Сирожидинов, Х.А.Гуломова. Вероятностно-статистический анализ результатов испытаний прочности бетона.....	21
К.Мамасолиев, Э.А.Исмоилов. Математическое моделирование продольно-радиальных колебаний трансверсально-изотропных цилиндрических оболочек, нестационарно взаимодействующих с внутренней вязкой жидкостью.....	30
Ш.И.Норматов. Определение минимального коэффициента устойчивости откосов грунтовых плотин методом кругло-цилиндрической поверхности скольжения с применением автоматизированного алгоритма нахождения центра окружности.....	38
А.Э.Кудратов. Устойчивость упругого стержня с гасителями колебаний при поперечных колебаниях.....	47
Ф.А.Усанов. Оценка напряженно-деформированного состояния пластины под действием касательных нагрузок на основе бимоментной теории.....	54
Б.Х.Хужаёров, Ж.Р.Туйгунов. Задача аномальной фильтрации жидкости в кусочно-неоднородной пористой среде.....	60
С.Худайкулов, Ж.Каниев, А.Абдувахобов. многофазные волны при взаимодействии дисперсных смесей с турбулентными потоками и их применение.....	71
М.Е.Мадалиев. Численный анализ 3d крыла Onera M6 на основе моделей турбулентности SA и SST.....	76
Д.С. Яхшибаев. Динамика перемешивания стратифицированных потоков туямуянского водохранилища.....	82
Т.Р.Пулатов, Ж.А.Умрзоков. Математическое моделирование движения жидкости в гидроаккумуляторе гидрорекуперационной тормозной системы.....	86
Г.А.Юсупходжаева, Д.С.Бекчанова. Технология по производству смесовой пряжи из вторичных отходов натурального шелка.....	91
Ш.Т.Равутов. Обоснование параметров зубчатого привода хлопкоуборочного аппарата, оснащенного малогабаритными эллиптическими барабанами	96
О.С. Норкузиев. Расчетный анализ процесса съема хлопка со шпинделей хлопкоуборочных машин.....	103
Л.Э.Турсунбоев. Определение сил реакции опор прижимного устройства шлифовальной машины.....	110
Абдукаримов А., Рахмонов Х.Н. Синтез комбинированных зубчато-рычажных дифференциальных передаточных механизмов.....	117
Д.М.Мухаммадиев, Х.А.Ахмедов, Б.Х.Примов, О.Х.Абзоиров. Экспериментальное исследование привода пильного волоконотделителя с семяотводящим устройством.....	130

MUNDARIJA

K.S.Sultanov, M.M.Mirsaidov, A.Nu'monov, Z.Urazmuhamedova. Qizilsoy gruntli to'g'onining statik kuchlar ta'sirida kuchlanishini baholash.....	3
M.K.Usarov, F.A.Usanov, D.K.Shamsiyev. Kontinual plastinali fazoviy model asosida fazoviy poydevorga ega ko'p qavatli binoning bo'ylama tebranishlari	11
Z.Sirojiddinov, X.A.Gulomova. Beton mustahkamligi sinovlari natijalarining ehtimollik-statistik tahlili.....	21
K.Mamasoliyev, E.A.Ismoilov. Ichki qovushoq suyuqlik bilan o'zaro nostatsionar ta'sirlashuvchi transversal-izotrop silindrik qobiqning bo'ylama-radial tebranishlarini matematik modellashtirish	30
Sh.I. Normatov. Aylana markazini avtomatlashtirilgan aniqlash algoritmini qo'llab, gruntli to'g'on qiyaliklari ustuvorligini minimal ustuvorlik koeffitsiyentini doiraviy-silindrik siljish sirti usuli bilan aniqlash	38
A.E. Kudratov. Dinamik so'ndirgichlar o'rnatilgan elastik sterjenning ko'ndalang tebranishlari ustuvorligi.....	47
F.A. Usanov. Bimoment nazariyasi asosida urinma yuklar ta'siridagi plastinaning kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholash.....	54
B.Xujayorov, J.R.Tuyg'unov. Bo'lakli bir jinsli bo'lmagan g'ovak muhitda suyuqliklarning anomal sizish masalasi.....	60
S.Xudayqulov, J.Kaniev, A.Abdurahobov. Dispers aralashmalar turbulent oqimlar bilan o'zaro ta'sirlashganda ko'p fazali to'lqinlar va ularning qo'llanilishi.....	71
M.E. Madaliyev. SA va SST turbulent modeli asosida Onera M6 3D qanotining sonli tahlili	76
D.S. Yaxshiboyev Tuyamuyun suv omboridagi qatlamli oqimlar dinamika aralashishi.....	82
J.A.Umrzoqov, T.R. Pulatov. Hidroreperativ tormoz tizimidagi gidroakkumulyator ichidagi suyuqlik harakatini matematik modellashtirish	86
G.A. Yusupxodjayeva, D.S.Bekchanova. Tabiiy ipakning ikkilamchi chiqindilaridan aralash yigirilgan ip ishlab chiqarish texnologiyasi	91
Sh.T. Ravutov. Kichik gabaritli elliptik barabanlar bilan jihozlangan paxta terish apparati tishli yuritmasi parametrlarini asoslash ...	96
O.S.Norqo'ziyev. Paxta terim mashinalarining shpindel yuzasidagi paxta o'ramidan tozalash jarayonining hisobiy tahlili.....	103
L.E. Tursunboyev. Jilvirlash mashinasi uzatuvchi qurilmasining tayanchlaridagi reaksiya kuchlarini tadqiq qilish.....	110
A.Abdukarimov, X.N. Raxmonov. Kombinatsiyalangan tishli-richagli differensial uzatish mexanizmlarini sintez qilish.....	117
D.M.Muhammadiyev, H.A.Axmedov, B.X.Primov, O.X. Abzoirov. Chigiti chiqaruvchi qurilmali arrali tola ajratgich harakat uzatish tizimining eksperimental tadqiqoti.....	130

Руководство для авторов

К публикации в журнале «Проблемы механики» принимаются рукописи на английском, русском языках, содержащие оригинальные результаты, относящиеся к широкому спектру задач механики. К публикации принимаются научные статьи, соответствующие профилю журнала и отражающие результаты теоретических и экспериментальных исследований автора(ов). Все представленные в редакцию статьи проходят следующие процедуры:

- проверку на техническое соответствие настоящим требованиям;
- рецензирование;
- утверждение или отклонение на очередном заседании редколлегии журнала.

Представленные статьи в обязательном порядке должны быть сопровождаемы экспертным заключением. Статьи без экспертного заключения не принимаются к рассмотрению. Не допускается направление в редакцию ранее опубликованных статей или статей, отправленных для публикации в другие издания. Представленные в редакцию материалы авторам не возвращаются. Количество авторов для одной публикации не более четырех. Соавторство допускается не более чем для двух статей в одном номере журнала. Статья должна быть посвящена решению некоторой задачи/проблемы, раскрывать ее существо, давать направления и способы решения. Статьи, излагающие существующее положение дел, к публикации не принимаются.

Название статьи должно четко отражать тему, позицию автора и не должно вызывать у читателя ложных допущений о содержании статьи. Название статьи должно содержать не более 10 слов и состоять не более чем из 2 предложений (обоснованные исключения допускаются). Следует избегать в названии статьи слов «исследования», «анализ» и строго придерживаться научного стиля изложения. Сокращения в названии статьи можно использовать только для общепринятых в данной области исследований названий (например, НДС – напряженно деформированное состояние, МКЭ – метод конечных элементов и т.д.).

Редакция принимает от авторов статьи в электронном виде через электронную систему подачи статей при условии, что они оформлены по правилам. Авторы могут прислать статью и документы к ней на электронную почту: instmechofficial@gmail.com

Статья должна обладать:

- актуальностью (проблематика статьи должна представлять интерес для научного сообщества в плане текущего развития науки и техники);
- научной проработкой (в статье должны рассматриваться научные аспекты решаемой задачи, даже если сама по себе задача имеет прикладное значение);
- новизной (представленные в статье результаты должны обладать научной новизной).

Статьи обзорного или обобщающего характера допускаются только по специальному решению редакционной коллегии.

- введение (включая актуальность, научную значимость вопроса с кратким обзором литературы);
- постановку задачи;
- методы решения или теоретическую часть;
- обсуждение результатов экспериментальных исследований (включая их практическую значимость, предложения и рекомендации по внедрению);
- заключение или выводы в целом по изложенной работе и приведенным результатам.

Статья должна быть четко структурирована, т.е. должна содержать общепринятые в научных публикациях разделы, а именно: введение, метод решения/исследования, результаты, обсуждения.

Представленные в статье результаты должны быть обоснованы с помощью введенного в статью научного инструментария: математическим выводом, законом сохранения, вычислительным экспериментом и т.п., с тем, чтобы можно было считать их достаточно достоверными.

Статья должна представлять законченный цикл целостного исследования, т.е. она должна начинаться постановкой задачи, а завершаться достоверным решением этой задачи.

Не допускаются к публикации статьи, содержащие только замыслы, идеи решения задач. Идеи должны быть доведены до уровня закона, закономерности, зависимости, модели, метода, алгоритма и т.п. Необходимо обосновать истинность идеи, ее адекватность, полезность.

Результаты, представленные в статье, должны быть сформулированы в виде положений, четко определяющих существо их вклада в науку, в решение научной или конкретной прикладной задачи.

Статья должна быть написана языком, понятным специалисту в соответствующей области. Должны использоваться общепринятые технические термины.

Представляемые статьи должны содержать:

- индекс УДК;
- название;
- сведения об авторах (Фамилия, Инициалы, место работы, электронный адрес);
- аннотацию в объёме от 100 до 200 слов (на русском, английском, узбекском языках);
- ключевые слова или фразы в объёме не более 10;
- список литературы с рекомендуемым объёмом от 10 до 20 ссылок.

Ниже приведены требования к оформлению статей.

Данный документ сам по себе является примером статьи, изготовленной согласно изложенным требованиям. Работу над русскоязычной статьёй удобно начинать с редактирования файла-образца `template-rus.tex`, англоязычной – `template-eng.tex`. Обращаем внимание, что документ должен быть сохранен в кодировке UTF-8 without BOM. Для смены кодировки рекомендуется пользоваться текстовым редактором Notepad++. Инструкции по оформлению далее изложены для первого варианта шаблона, где основным языком текста является русский.

Контрольный список подготовки материала к отправке

Все представленные материалы должны соответствовать следующим требованиям.

К публикации принимаются научные статьи, соответствующие профилю журнала и отражающие результаты теоретических и экспериментальных исследований авторов.

Файл с материалом представлен в формате документа LATEX.

Представленные статьи в обязательном порядке сопровождаются экспертным заключением. Статьи без экспертного заключения не принимаются к рассмотрению.

Текст соответствует стилистическим и библиографическим требованиям, описанным в Руководстве для авторов, которое можно [скачать](#) в формате LATEX

Заявление о конфиденциальности

Имена и адреса электронной почты, введенные на сайте этого журнала, будут использованы исключительно для целей, обозначенных этим журналом, и не будут использованы для каких-либо других целей или предоставлены другим лицам и организациям.

Статьи принимаются по следующим и смежным к ним тематикам:

- Механика деформируемого твёрдого тела.
- Механика жидкости и газа.
- Общая механика.
- Основания, фундаменты и механика грунтов.
- Строительная механика.
- Экспериментальная механика.

- Теория механизмов и машин.
- Сейсмостойкость зданий и гидротехнических сооружений.
- Сейсмостойкость подземных и транспортных сооружений.
- Сельскохозяйственное машиностроение и оборудование.

Сроки рассмотрения материалов

Техническая экспертиза представленных материалов занимает срок до 15 рабочих дней, после чего автор будет уведомлен (на сайте журнала) о прохождении или отклонении материалов.

После прохождения технического соответствия материалов правилам журнала работа будет направлена 2 рецензентам. Срок рассмотрения работы занимает до 60 рабочих дней. Рецензенты могут отправить представленные материалы на доработку. В случае получения положительного отзыва от обоих рецензентов работа будет представлена на утверждение на очередное заседание редакционной коллегии. В случае разделения мнений рецензентов, данная статья будет отправлена 3 рецензенту и по его решению статья будет отклонена, принята или отправлена на доработку.

После принятия статьи на заседании редакционной коллегии она будет направлена для публикации в журнал в порядке очередности.